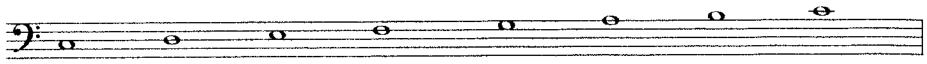
Appendici

1. La scala greca o pitagorica

Nell'ambito storico dei sistemi musicali occidentali si incontrano, in ordine cronologico, le scale seguenti[1]:

1) la scala greca o pitagorica;
2) la scala zarliniana o dei rapporti semplici (detta anche "naturale");
3) la scala temperata o a divisione equalizzata.

Queste scale differiscono tra loro per la diversa grandezza che gli intervalli assumono a seconda del sistema impiegato. A titolo d'esempio, si confrontino i valori espressi in *cents* nella scala diatonica di *do* secondo le tre scale citate[2].



1) scala greca	0	204	204	204	408	90	498	204	702	204	906	204	1110	90	1200
2) scala zarliniana	0	204	204	182	386	112	498	204	702	182	884	204	1088	112	1200
3) scala temperata	0	200	200	200	400	100	500	200	700	200	900	200	1100	100	1200

Lo studio delle conoscenze acustiche elaborate dagli antichi greci si colloca intorno al VI sec. a.C., quando la prassi musicale utilizzava già almeno tre intervalli consonanti fondamentali, cioè l'ottava, la quinta e la quarta. Numerose fonti antiche attribuiscono a Pitagora e alla sua scuola la quantificazione matematica di questi intervalli consonanti di base secondo i rapporti numerici 2:1 (ottava), 3:2 (quinta), 4:3 (quarta).

Di Pitagora si sa solo che nacque intorno al 580/570 a.C. nell'isola di Samo e che nel 530 lasciò la patria per stabilirsi a Crotone, in Magna Grecia, dove fondò la sua comunità filosofico-religiosa e dove morì verso il 497 a.C. Nulla lasciò scritto; le sue dottrine furono però tramandate dai suoi seguaci, tra i quali vanno ricordati Archita, tiranno di Taranto, e Filolao, che creò a Tebe una scuola di orientamento matematico. .

I numeri assunti nei rapporti sopra citati costituiscono una serie naturale (1, 2, 3, 4) ed inoltre compongono la *tetraktýs*, figura sacra ai pitagorici esprimente gli intervalli musicali principali la cui somma equivale a 10 (1+2+3+4 = 10). Essa fa parte del pitagorismo più antico e precede la scissione di questo nelle due sette degli *acusmatici* (i pitagorici ortodossi) e dei *matematici* (i discepoli di Ippaso di Metaponto). La *tetraktýs* inoltre era visualizzata in una figura triangolare:

[1] Con il termine *scala* si intende la disposizione dei suoni per grado congiunto, solitamente ascendente, nell'ambito di un'ottava.
[2] Il *cent* [sent] è un'unità di misura degli intervalli musicali introdotta da Alexander John Ellis (1814-1890) verso il 1880. Si tratta di un sistema logaritmico oggi universalmente accettato, che comporta l'assegnazione del valore 1 all'intervallo corrispondente alla 1200ª parte dell'ottava; conseguentemente un *cent* equivale alla 100ª parte del valore del semitono del temperamento equabile usuale.

Le relazioni numeriche degli intervalli consonanti di base, riconducibili costantemente ai primi quattro numeri naturali corrispondenti alla *tetraktýs*, costituiscono quindi per i pitagorici una conferma del fatto che il numero era la chiave di lettura dell'intero universo.

Tali rapporti saranno più tardi interpretati come relazioni tra valori di *frequenza*, mentre nella forma inversa (cioè 1:2, 2:3, 3:4 ecc.) rappresentano all'inizio *lunghezze* di corde musicali (in seguito anche canne di strumenti a fiato e colonne d'aria all'interno di vasi).

Le fonti che testimoniano l'impegno di Pitagora in campo musicale pongono problemi di affidabilità: quelle dirette sono – come si è detto – del tutto assenti mentre quelle indirette sono tarde e talvolta sospette di parzialità perché neopitagoriche.

Nicomaco di Gerasa (II sec. d.C.) e Giamblico di Calcide (vissuto a Roma tra il 263 e il 268 d.C.) riportano quasi con le stesse parole una testimonianza su Pitagora ricavata probabilmente da una stessa fonte più antica utilizzata però in modo indipendente[3]. Si tratta del celebre racconto circa la 'scoperta' delle consonanze di ottava, di quinta e di quarta che Claudia A. Ciancaglini così riassume:

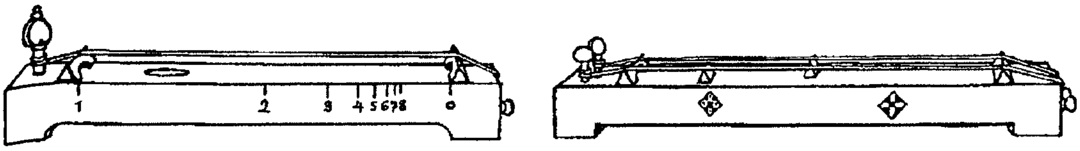
> «si racconta che Pitagora avrebbe udito uscire dall'officina di un fabbro dei suoni tra loro armonici secondo le consonanze di ottava (*dià pasón*), di quinta (*dià pénte*) e di quarta (*dià tessáron*); entrato, avrebbe inoltre notato che la differenza tra i suoni singoli dipendeva dalla differenza di peso dei martelli usati dal fabbro e che a ciascun peso poteva essere attribuito un numero, in modo tale da stabilire dei determinati rapporti numerici tra i pesi dei martelli che davano luogo a determinate consonanze. Riconosciuto che l'ordine di successione dei quattro pesi differenti poteva essere rappresentato dall'ordine di successione dei quattro numeri 12, 9, 8 e 6 (dei quali 12, 8 e 6 corrispondono nell'ordine ai lati, ai vertici e alle facce del cubo, mentre 9 è la media aritmetica tra 12 e 6), e combinati tra loro a due a due questi valori, Pitagora avrebbe constatato che i seguenti rapporti rappresentavano in senso matematico le consonanze udite: 12:6 l'ottava; 12:9 oppure 8:6 la quarta; 12:8 oppure 9:6 la quinta; infine 9:8 poteva rappresentare l'intervallo di un tono. La semplificazione matematica di tali rapporti consente di ricavare i rapporti usualmente adoperati per designare gli intervalli principali, cioè: 2:1 per l'ottava, 4:3 per la quarta, 3:2 per la quinta. Tornato a casa, Pitagora avrebbe ripetuto l'esperimento con corde uguali tra loro per lunghezza e spessore appese verticalmente, alle quali avrebbe applicato dei pesi corrispondenti a quelli dei martelli, ottenendo per combinazione le stesse consonanze musicali che aveva udito nell'officina del fabbro»[4].

[3] NICOMACO DI GERASA, *Manuale di armonica*, 6; testo greco e traduzione in LUISA ZANONCELLI, *La manua-listica musicale greca*, Milano, Angelo Guerini, 1990, pp. 133-204, in particolare pp. 153 sgg.; GIAMBLICO, *La vita Pitagorica*, cap. XXVI; ed. a cura di Luciano Montoneri, Bari, Laterza, 1984, pp. 60-63; *Pitagora. Le opere e le testimonianze*, 2 voll., a cura di Maurizio Giangiulio, Milano, Arnoldo Mondadori, 2000, II, pp. 402-409.

[4] Cfr. CLAUDIA A. CIANCAGLINI, *Le teorie acustiche dei Greci. I. L'acustica musicale nei primi Pitagorici*, in «Rendiconti della Accademia Nazionale dei Lincei, Classe di Scienze morali, storiche e filologiche», s. IX, vol. II, fasc. I (1991) [= «Atti della Accademia Nazionale dei Lincei», CCCLXXXVIII (1991)], pp. 47-77: 52 (testo greco e traduzione alle pp. 52-55).

Su questa ed altre testimonianze gli studiosi fin dall'antichità hanno espresso giudizi molto critici circa l'inattendibilità scientifica degli esperimenti così come vengono descritti nelle fonti[5].

Il racconto di Nicomaco e di Giamblico è ampiamente attestato nella trattatistica musicale antica. Altre fonti, però, fanno riferimento al 'monocordo' o 'cánone' (dal gr. *kánon*, 'regolo, telaio'), uno strumento costituito da una sola corda la cui invenzione è attribuita allo stesso Pitagora da Diogene Laerzio (III sec. d.C.)[6]. Aristide Quintiliano asserisce inoltre che Pitagora prima di morire avrebbe insegnato ai suoi discepoli a suonarlo[7].



Canone a una e a due corde (disegni di Benvenuto Disertori, 1953)

La divisione del canone o monocordo

All'epoca della scuola pitagorica i termini fisici del suono, come oggi sono comunemente intesi, non potevano certo essere conosciuti. Di come operarono i Greci, di certo si sa solo che i punti di partenza, per definire gli intervalli della scala, furono le proporzioni che Pitagora avrebbe derivato dalla comparazione delle diverse lunghezze di volta in volta ottenute dalla divisione del monocordo, come racconta Gaudenzio (vescovo di Brescia, vissuto tra IV e V sec. d.C.):

> «Non soddisfatto del solo tentativo con questi [cioè i martelli], [Pitagora] mise alla prova in altra maniera il suo metodo. Infatti, dopo aver teso una corda su un regolo [*kánon*] ed averlo suddiviso in dodici parti, dapprima sollecitò la corda per intero, e poi la sua metà, vale a dire sei parti, trovando così che la corda intera consonava con la sua metà secondo la consonanza di ottava, consonanza che anche nelle ricerche precedenti aveva scoperto consistere nel rapporto del doppio. Poi sollecitando l'intera corda e tre parti di essa, trovò la consonanza di quarta. In seguito, sollecitando l'intera corda e due parti di essa, trovava la consonanza di quinta, e le altre analogamente. Dopo aver continuato le prove in svariati modi, scoprì che i rapporti delle consonanze consistevano sempre nei numeri anzidetti»[8].

---

[5] Per ulteriori approfondimenti si rinvia a CLAUDIA A. CIANCAGLINI, *Le teorie acustiche dei Greci* cit., pp. 56 sgg.

[6] DIOGENE LAERZIO, *Vite di filosofi*, 8, 12: «Ma Pitagora si occupò soprattutto della forma aritmetica della geometria e scoprì il monocordo»; *Pitagora. Le opere e le testimonianze* cit., II, pp. 208-209.

[7] ARISTIDE QUINTILIANO, *De musica*, III, 2: «Perciò si dice che Pitagora prima di morire avrebbe insegnato ai suoi discepoli intimi a suonare il monocordo, per mostrare che l'essenza della musica era comprensibile più dal punto di vista razionale attraverso i numeri, che non dal punto di vista percettivo attraverso l'orecchio»; traduzione di CLAUDIA A. CIANCAGLINI, *Le teorie acustiche dei Greci* cit., p. 55.

[8] GAUDENZIO, *Introduzione all'armonica*, 11; testo greco e traduzione in CLAUDIA A. CIANCAGLINI, *Le teorie acustiche dei Greci* cit., p. 56; LUISA ZANONCELLI, *La manualistica musicale greca*, Milano, Angelo Guerini, 1990, pp. 305-369, in particolare pp. 328-331.

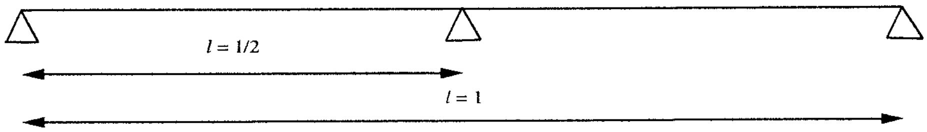
Che Pitagora sia stato il primo ad attribuire precisi rapporti numerici agli interval consonanti, è testimoniato anche da Teone di Smirne (I-II sec. d.C.): «Pitagora semb essere stato il primo a scoprire che i suoni consonanti tra di loro stanno in proporzio numeriche reciproche»[9].

Vediamo ora in dettaglio l'esperimento di Pitagora con il quale si definiscono i ra porti delle tre consonanze fondamentali dell'antichità.

Dato un monocordo di lunghezza l – che per praticità di calcolo consideriamo unitar (cioè = 1) – qui schematizzato da una corda tesa tra due ponticelli, si istituisce il seguen rapporto:

$$\frac{\text{Lunghezza totale della corda}}{\text{Lunghezza parte vibrante}}$$

OTTAVA: intervallo *diapasón*; dal gr. *dià pasôn (chordôn)*: "attraverso tutte (le co de)", che le include tutti i suoni. Si ottiene posizionando un terzo ponticello mobile esa tamente a metà della lunghezza della corda e facendo risuonare l'una o l'altra metà.



$$\frac{1}{1/2} = 1 \cdot \frac{2}{1} = 2$$

N.B.: 1/2 è una lunghezza lineare (m, cm, mm ecc.) mentre l'inverso (2) è la *frequenza*, cioè numero di vibrazioni compiute nell'unità di tempo.

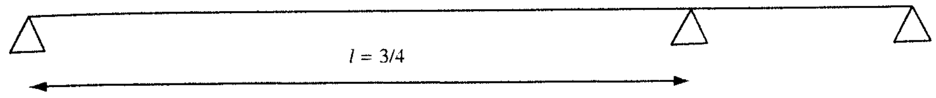
QUINTA: intervallo *diapénte*; dal gr. *dià pénte*: "attraverso cinque (corde)", che incl de cinque suoni. Si ottiene dividendo la corda in tre parti uguali e posizionando il pont cello mobile in modo da dividerla in 2/3 + 1/3 o 1/3 + 2/3, facendo risuonare i 2/3 del sua lunghezza.

$$\frac{1}{2/3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

N.B. La parte di corda rimanente (1/3) produrrà l'ottava del suono ottenuto facendo risuonare 2/3 della lunghezza (1/3 è infatti la metà di 2/3).

[9] CLAUDIA A. CIANCAGLINI, *Le teorie acustiche dei Greci* cit., p. 56.

QUARTA: intervallo *diatessáron*; dal gr. *dià tessáron*: "attraverso quattro (corde)", che include quattro suoni. Si ottiene dividendo la corda in quattro parti uguali e posizionando il ponticello mobile in modo da dividerla in 3/4 + 1/4 o 1/4 + 3/4, facendo risuonare i 3/4 della sua lunghezza.



$$\frac{1}{3/4} = 1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} = 1{,}3333$$

La costruzione della scala pitagorica

La fase più antica della teoria musicale pitagorica presenta come acquisiti soltanto i rapporti esprimenti le consonanze fondamentali (ottava, quinta, quarta) e l'intervallo di tono (9/8). Successivamente i Pitagorici proseguirono nelle ricerche volte alla determinazione di tutti i possibili intervalli compresi in quello di ottava.

La scala musicale greca è di natura 'geometrica', poiché è derivata dalla progressione del rapporto corrispondente all'intervallo oggi chiamato "quinta giusta", il cui valore è 3/2 (= 1,5), che è la *ragione* della progressione stessa[10]. Il procedimento è detto anche *ciclo delle quinte*: una definizione che esprime però un concetto impreciso, poiché la progressione delle quinte non si può chiudere in forma ciclica. Infatti una potenza di 3 non può eguagliare una potenza di 2, e siccome il rapporto di ottava è 2 e quelli dei suoi multipli sono potenze di 2, ne deriva che detti rapporti non troveranno mai uguaglianza con un termine della progressione delle quinte, cioè con una qualsiasi potenza di 3/2, che è la base matematica della scala pitagorica.

Nella progressione delle quinte, il massimo avvicinamento con la progressione delle ottave si ha al 12° termine, dove (partendo dalla nota do) troviamo dalla parte delle quinte un si# di 531441 e dalla parte delle ottave un do di 524288, corrispondenti rispettivamente a 3^{12} e a 2^{19}. Questo minuscolo intervallo (si#/do), il cui valore è 531241/524288, è il *comma pitagorico*, che in decimali vale 1,0136 e in cents 23,43 arrotondabili a 24[11]:

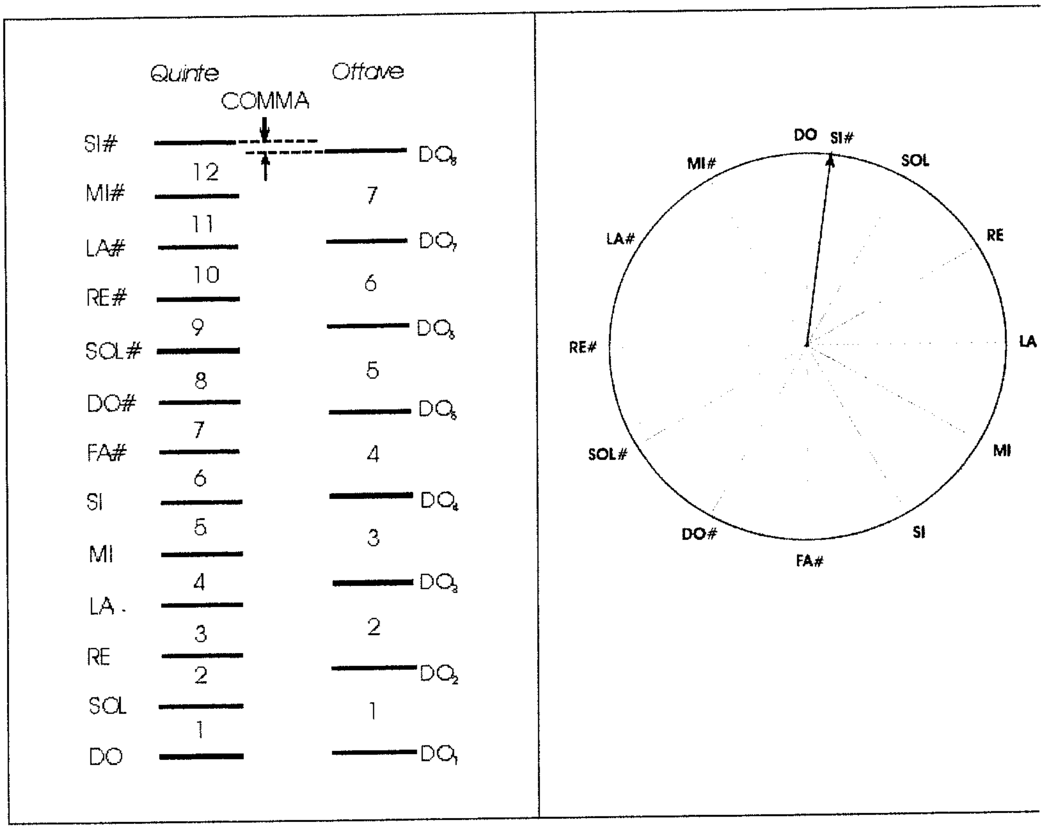
$$\frac{Si\#}{Do} = \frac{(3/2)^{12}}{(2)^{7}}$$

[10] Si definisce *progressione geometrica* una successione di numeri tali che il rapporto fra un termine qualunque e il suo precedente sia costante; questo rapporto costante si chiama *ragione*.

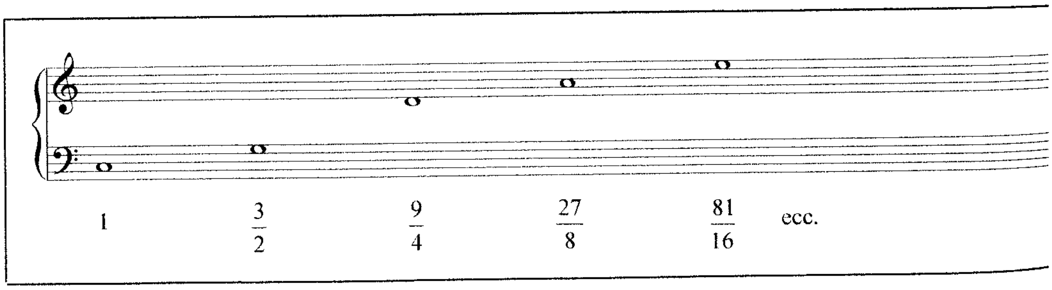
[11] Il *comma* (ossia 'frammento, particella') *pitagorico* è anche la differenza di altezza fra gli intervalli greci *apòtome* (seconda minore cromatica, ad es. do# = 2187/2048) e *limma* (seconda minore diatonica, ad es. re*b* = 256/243). Il valore di circa 24 cents corrisponde a poco meno di un quarto di semitono dell'usuale temperamento equabile (100 cents).

$$\frac{(3/2)^{12}}{(2)^7} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{3^{12}}{2^{12}} \cdot \frac{1}{2^7} = \frac{3^{12}}{2^{19}} = \frac{531441}{524288} = 1{,}0136 \cong 24 \text{ cents}$$

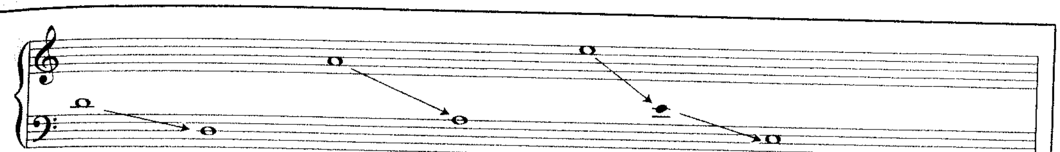
Gli esponenti 12 e 7 rappresentano rispettivamente il numero delle quinte e il num
delle ottave, come mostra lo schema seguente.



Traducendo il concetto matematico nella nostra notazione musicale, possiamo id
ficare con le seguenti note la progressione geometrica del rapporto di quinta:



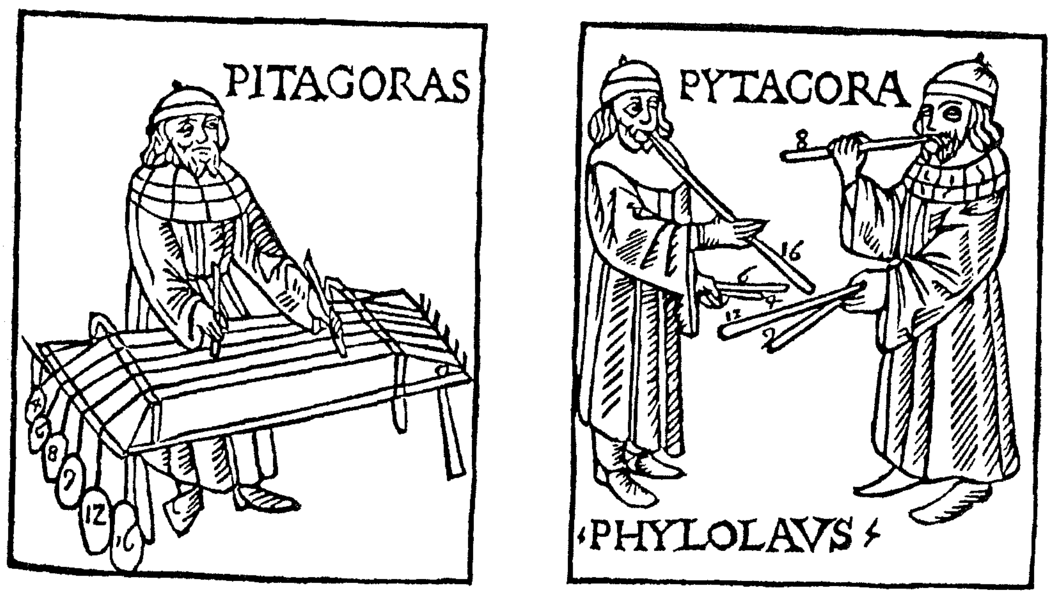
È evidente che già al terzo termine della progressione si oltrepassa l'ambito dell' va. È quindi necessario far rientrare le eccedenze nell'ambito stesso, dividendo, una o più volte, per 2 i rapporti interessati al caso, in modo che il risultato sia compreso fra 1 e 2. Premesso che le note *do* e *sol* restano invariate perché sono già nell'ambito dell'ottava, le frazioni rimanenti esprimenti le altre note vengono così ridotte:



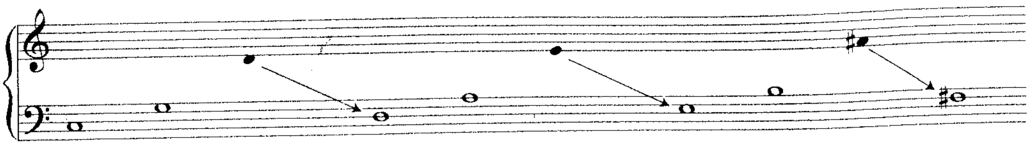
$\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{9}{8}$ $\qquad$ $\frac{27}{8}\cdot\frac{1}{2} = \frac{27}{16}$ $\qquad$ $\frac{81}{16}\cdot\frac{1}{2} = \frac{81}{16}\cdot\frac{1}{2} = \frac{81}{64}$

Qui di seguito ripercorriamo tutte le tappe della progressione sia con la notazione musicale sia con le frazioni pitagoriche. Le note che oltrepassano l'ambito di ottava sono indicate in nero.

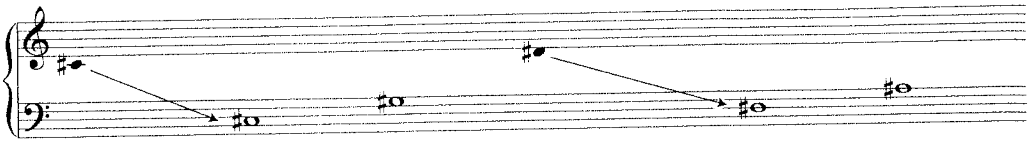
1) **Serie dei diesis** (circolo delle quinte in senso orario). Dato un monocordo di lunghezza unitaria ($l = 1$), corrispondente ad esempio alla nota do_2, si procede 'aggiungendo' sempre una quinta (cioè *moltiplicando* per 3/2) fino al dodicesimo termine della progressione (si#>do).



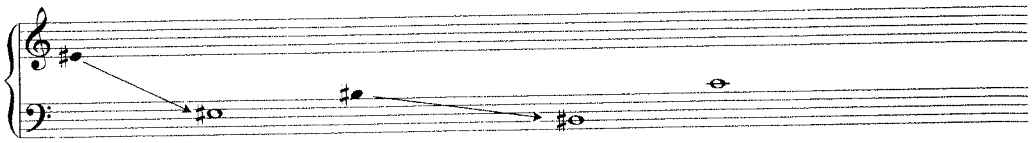
Silografie raffiguranti Pitagora e Filolao; da F. Gaffurio, *Theorica musicae*, Milano 1492.



$$1 \quad \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{9}{8}\cdot\frac{3}{2} = \frac{27}{16}\cdot\frac{3}{2} = \frac{81}{32}\cdot\frac{1}{2} = \frac{81}{64}\cdot\frac{3}{2} = \frac{243}{128}\cdot\frac{3}{2} = \frac{729}{256}\cdot\frac{1}{2} = \frac{729}{512}\cdot\frac{3}{2}$$



$$= \frac{2187}{1024}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2187}{2048}\cdot\frac{3}{2} = \frac{6561}{4096}\cdot\frac{3}{2} = \frac{19683}{8192}\cdot\frac{1}{2} = \frac{19683}{16384}\cdot\frac{3}{2} = \frac{59049}{32768}\cdot\frac{3}{2} =$$

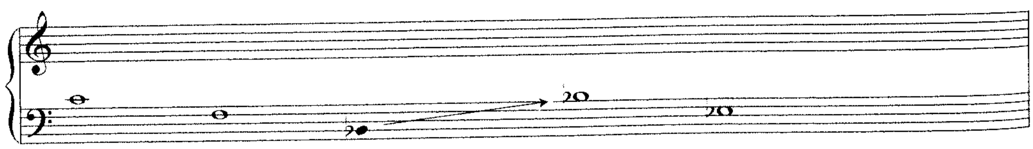


2

$$\frac{177147}{65536}\cdot\frac{1}{2} = \frac{177147}{131072}\cdot\frac{3}{2} = \frac{531441}{262144}\cdot\frac{1}{2} = \frac{531441}{524288} = 1{,}0136 > 1$$

$$\frac{Si\#}{Do} = \frac{531441}{262144} = 2{,}0273 > 2 \qquad \frac{531441}{524288} = 1{,}0136 > 1$$

2) **Serie dei bemolli** (circolo delle quinte in senso antiorario). Partendo dal do$_3$ dell stesso monocordo ($l = ½$; $f = 2$) si procede 'sottraendo' sempre una quinta (cioè *dividendo* per 3/2 ovvero moltiplicando per 2/3) fino al dodicesimo termine della progressione (Re*bb*<Do).



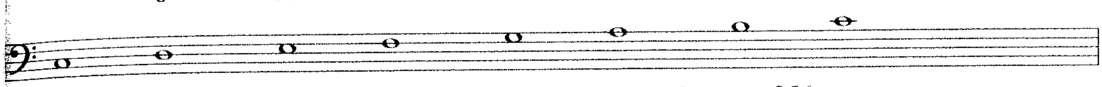
$$2\cdot\frac{2}{3} = \frac{4}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{9}\cdot\frac{2}{1} = \frac{16}{9}\cdot\frac{2}{3} = \frac{32}{27} \quad \text{ecc.}$$

È possibile stabilire tutta la successione delle note cromatiche, ma non è certo che

Greci abbiano usato tutti questi suoni (v. tabella in fondo a p. 34).

Le frequenze così determinate si riportano sulla scala diatonica al di sopra di ciascuna nota; si calcolano inoltre gli intervalli tra i vari gradi della scala.

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{81}{64} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{27}{16} \quad \frac{243}{128} \quad 2$$



$$\frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243}$$

N.B. Nel calcolo degli intervalli con le frazioni pitagoriche, per 'sottrarre' si *divide* e per 'sommare' si *moltiplica*. Ad esempio, si vuole calcolare l'intervallo di tono tra *mi* e *re*:

$$\frac{mi}{re} = \frac{81/64}{9/8} = \frac{81}{64} \cdot \frac{8}{9} = \frac{9}{8}$$

Da quanto abbiamo fin qui esposto, si possono formulare le seguenti osservazioni.

1) Da questa scala risulta che quello che noi chiamiamo *semitono* (mi/fa e si/do) non è la metà del tono:

tono	= 9/8	= 1,125
semitono	= 256/243	= 1,053479

Boezio afferma infatti che «i semitoni sono così chiamati, a quanto sembra, non perché siano la vera metà di un tono, ma piuttosto perché non sono toni interi»[12]; concetto ribadito anche da Zarlino, secondo il quale il termine deriva «da *semus*, che significa sciemo [...] onde si dice semituono quell'intervallo che non ariva all'intiero del tuono, ma è tuono imperfetto»[13].

2) Le note della serie dei diesis risultano più acute di quelle ad esse vicine della serie dei bemolli (ad esempio: do#>re*b*; si#>do, ecc.).

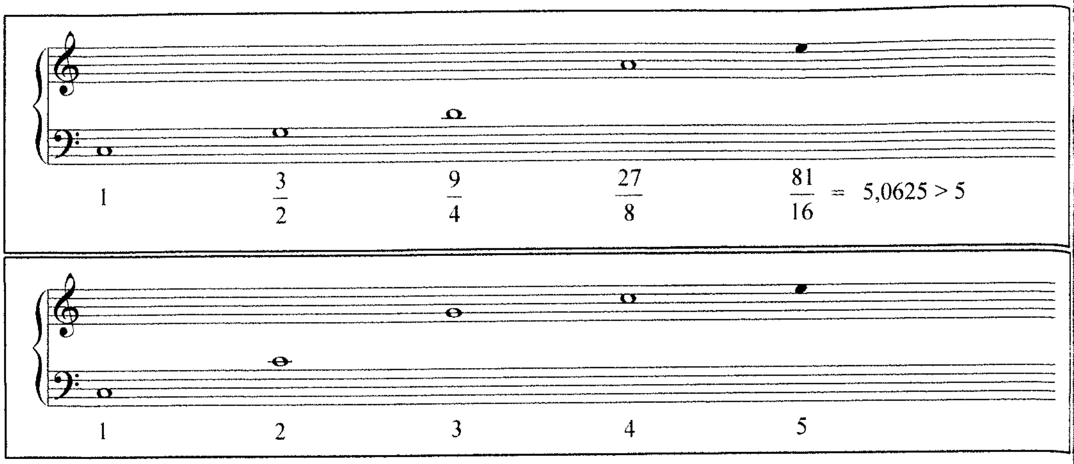
3) Si deve inoltre ricordare che gli unici numeri che compaiono nei rapporti di frequenza della scala pitagorica sono il 3 e il 2, e le loro potenze; non vi figurano affatto – ad esempio – i numeri 5, 7, 11. Invece i rapporti di frequenza di una nota e delle sue varie 'armoniche' sono rappresentati dalla serie completa dei numeri 2, 3, 4, 5, 7, ecc., cosicché la maggior parte delle 'armoniche' non trova – nella scala pitagorica – le note corrispondenti.

Si confronti, ad esempio, la quinta 'armonica' del *do*, che ha frequenza quintupla della

[12] BOEZIO, *De institutione musica*, II, 28; testo latino e traduzione a cura di Giovanni Marzi, Roma, Istituto Italiano per la Storia della Musica, 1990, pp. 353-354.

[13] GIOSEFFO ZARLINO, *Le istitutioni harmoniche*, Venezia, Pietro da Fino, 1568, p. 162 (cap. XVI).

nota fondamentale, con la nota della scala pitagorica che più le si avvicina, la quale è spressa dal rapporto 81/16, ossia, in valore decimale, 5,0625 volte la frequenza della no fondamentale.



La scala pitagorica

NOTA	FRAZIONI	DECIMALI	CENT
DO	**1/1**	**1,0000**	
Re*b*	256/243	1,0535	9
Do#	2187/2048	1,0679	1
RE	**9/8**	**1,1250**	**2**
Mi*b*	32/27	1,1852	2
Re#	19683/16384	1,2015	3
MI	81/64	1,2656	4
FA	**4/3**	**1,3333**	**4**
Sol*b*	351/250	1,4040	5
Fa#	729/512	1,4231	6
SOL	**3/2**	**1,5000**	**7**
La*b*	128/81	1,5802	7
Sol#	6561/4096	1,6018	8
LA	27/16	1,6875	9
Si*b*	16/9	1,7778	9
La#	59049/32768	1,8020	10
SI	243/128	1,8984	11
DO	**2/1**	**2,0000**	**12**

Comma pitagorico	531441/524288	1,0136	2

Vita e impiego della scala pitagorica

La diffusione della teoria musicale greca nel mondo medievale favorì certamente l'impiego della scala pitagorica, la cui vita è più che bimillenaria. Il suo sviluppo trovò però un freno con la diffusione della polifonia a causa delle 'durezze' armoniche che questa scala comportava, in particolare delle terze maggiori. Non è un caso se nella teoria medievale questo intervallo sarà a lungo considerato dissonante[14]. Infatti l'*organum* – la prima forma di musica polifonica – fa ampio uso di intervalli di quarta, quinta e ottava per moto parallelo per 'accompagnare' la *vox principalis*. È quindi la verticalità dei suoni a costituire un problema mentre per la musica monodica questo non sussiste.

Nella pratica musicale, a partire dall'XI fino agli inizi del XV secolo, si introducono progressivamente le alterazioni per ragioni che vanno ricercate nella teoria della *musica ficta* (o *finta*, in opposizione alla diatonica, detta *recta* o *vera*), la quale ne prevede l'impiego per necessità (*causa necessitatis*) ossia per evitare il tritono (*fa-si*), ma anche per abbellimento (*causa pulchritudinis*). Le esigenze esecutive spesso comportavano il 'trasporto' di un certo *modo* su un diverso grado della scala e conseguentemente l'introduzione di alterazioni. Volendo ad esempio trasportare la scala di *do* (VI modo) di una terza, quindi su *mi*, la successione degli intervalli *do-re-mi-fa* ecc. diventerebbe *mi-fa#-sol#-la* ecc. Tali note diesate – fa# e sol# – sono estranee al sistema elaborato da Guido d'Arezzo ma grazie alla *musica ficta* potevano esservi integrate ipotizzando un inizio di esacordo anche su note diverse dai *do*, *fa* e *sol* (le note sulle quali partono rispettivamente gli esacordi naturale, molle e duro, secondo l'insegnamento guidoniano), e quindi – nel caso specifico – su *mi*.

«A partire almeno dalla seconda metà del Quattrocento, le alterazioni generalmente impiegate nella scala cromatica sono miste, costituite cioè da **tre diesis** [fa, do, sol] e **due bemolli** [si e mi]. I diesis assicuravano che tutti i modi allora usati (quelli basati su Fa, Do, Sol, Re, La, Mi) disponessero della 3ª maggiore sulla *finalis*; quanto al Si*b*, già dall'antichità godeva dello status di nota diatonica, essendo necessario per evitare il tritono Fa-Si; il Mi*b*, a sua volta, dotava il Si*b* della 5ª inferiore, necessaria nel contrappunto. Dal punto di vista storico, Ramis de Pareja (1482) risulta essere stato il primo teorico a essersi accorto dell'evoluzione dell'intonazione verso rapporti 'sintonici', nei quali cioè sono consonanti anche le 3ᵉ e le 6ᵉ»[15].

L'accordatura per quinte giuste o pure detta anche "gotica"

«Non si tratta d'un "temperamento"[16], ma del sistema pitagorico in vigore nell'antichità, nel Medioevo e sino agli ultimi decenni del XV secolo [...] è eccellente per musica

---

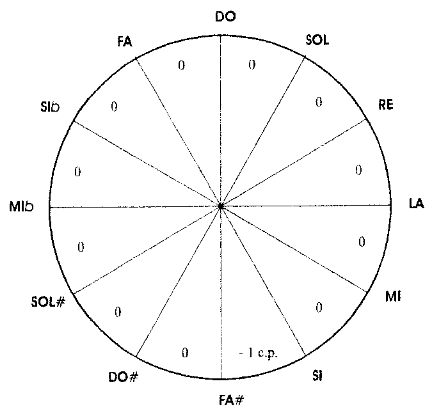
[14] Nella trattatistica medievale, l'intervallo di terza maggiore compare per la prima volta nel nel *Trattato di Milano* (fine XI sec.) dove viene indicato come *consonzanza imperfetta*; cfr. SERGE GUT, *Consonanza-Dissonanza*, in DEUMM, Lessico, I, pp. 660-663: 661.

[15] PATRIZIO BARBIERI, *Consonanze, scale e temperamenti*, in *Acustica musicale e architettonica*, nuova edizione a cura di Sergio Cingolani e Renato Spagnolo, Novara, CittàStudi edizioni, 2008, p. 52.

[16] Infatti undici quinte su dodici sono 'giuste' o 'pure' cioè senza battimenti e quindi 'non temperate'.

puramente monodica (come quella dell'antichità classica e il canto 'gregoriano') ed h potuto restare in vigore durante le prime fasi della polifonia, allorché gli intervalli armo nici di terza maggiore e terza minore non erano ancora entrati definitivamente nel rang delle 'consonanze'»[17].

Questo sistema di *accordatura per quinte giuste* o *pure* (detto anche accordatura "go tica") è attestato – per gli strumenti a tastiera – in un manoscritto di Henri Arnault Zwolle (1400 ca.-1466)[18] del 1440 ca. e può essere schematizzato come segue:



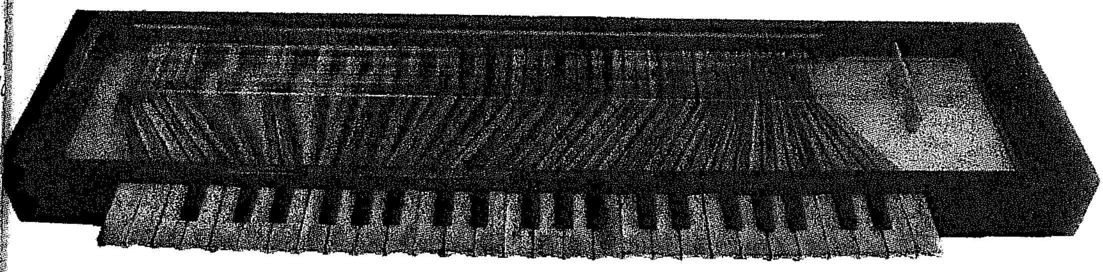
Principali caratteristiche
– 11 quinte sono 'giuste' ad eccezione della quin ta *si-fa#* che risulta calante di un comma pitagori co (24 cents);
– 8 terze maggiori 'pitagoriche' (408 cents), pi 'larghe' di quelle del temperamento equabile;
– 4 terze maggiori molto consonanti (in realtà tratta di quarte diminuite) a cavaliere del punto i cui il circolo delle quinte non 'chiude': *re-fa#*, *l do#*, *mi-sol#* e *si-re#* (mi*b*).

N.B. Con 0 si indicano convenzionalmente le quin 'giuste' o 'pure', cioè senza battimenti.

L'accordatura di tipo pitagorico era ancora in uso negli organi in Italia nella second metà del XV secolo ma nel 1474 veniva già definita un'*antigaglia*; perciò «si deve dedu re che all'organo costruito *a la moderna* venisse applicato fino dagli anni Sessanta u temperamento favorevole agli intervalli di terza maggiore, a scapito della purezza dell quinte[19]. Che in quel tempo si cambiasse il metodo di accordatura è provato dall'uso dell locuzione *temperare* [...] *gli orghani* (Firenze 1464) e dalla richiesta nel 1468 di accorda re l'organo di Cesena, che si voleva dotato di tasti 'spezzati', secondo *modum moderni novi temporis et modernas concordantias* [secondo il modo e le consonanze dei tem moderni]; nonché la prescrizione nel 1468 di usare *temperam et modulationem moderna* [...] e da una lettera del 1474 in cui si sostiene che senza l'impiego della *tempera mode na* nessun *bono sonatore* può suonare»[20].

[17] LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Note introduttive alla storia del temperamento in Italia*, in «L'Organo XVIII (1980), n. 1-2, p. 9.
[18] Medico, astrologo, astronomo e organologo fiammingo di origine francese. Di lui ci rimane un manoscritt in latino, scritto probabilmente intorno al 1440 a Digione e oggi conservato nella Biblioteca Nazionale di P rigi (ms. Lat. 7295), che contiene una sezione scientifica e astronomica ed una sezione musicale. In quest'u tima si trovano interessanti descrizioni, molto dettagliate (con tabelle, diagrammi, disegni), di vari strumen tra cui il clavicordo, l'organo, il liuto, il *clavisimbalum*, il dulce melos, l'arpa.
[19] Si tratta del *sistema partecipato* più noto come temperamento del 'tono medio' o mesotonico, che soppia terà l'accordatura pitagorica e diverrà comune in Italia e altrove fino a tutto il XVIII secolo.
[20] PIER PAOLO DONATI, Corpus *dei documenti sulla manifattura degli organi in italia dal XVI al XVII seco II: documenti dal 1451 al 1480*, in «Informazione organistica», XXV (2013), n. 2 (= n.s., n. 34), pp. 243-31 259.

Se negli organi di nuova costruzione la *tempera moderna* – il cosiddetto *sistema partecipato*, oggi più noto come temperamento mesotonico o del 'tono medio', che favoriva l'uso delle terze maggiori 'pure' (5:4) – stava soppiantando l'accordatura pitagorica, quest'ultima tuttavia persisteva ancora negli anni '70 e '80 del Quattrocento. Ne è prova un eccezionale documento iconografico: il clavicordo rappresentato con 'fotografica' precisione in una delle famose tarsie dello studio di Federico da Montefeltro – il cosiddetto *studiolo* – nel Palazzo Ducale di Urbino databili agli anni 1479-82 (altri propendono per il 1473-76)[21]. Le corde dello strumento sono riprodotte con fili di ottone incorporati nella tarsia. «L'esattezza dell'immagine è così sorprendente che è possibile rilevare e calcolare, sulla base delle posizioni delle tangenti, gli intervalli di tono e semitono che ciascun paio di corde dovrebbe produrre»: ne risulta che il sistema di accordatura impiegato doveva essere ancora quello tradizionale cioè il pitagorico[22].



Ricostruzione del clavicordo della tarsia dello studiolo di Federico da Montefeltro nel Palazzo Ducale di Urbino effettuata da Angelo Mondino.

Oggi questo tipo di accordatura è impiegato nelle copie moderne di strumenti storici e talvolta nelle registrazioni discografiche.

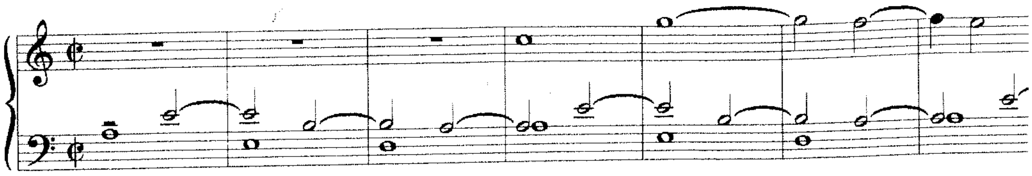
Pierre-Yves Asselin, ad esempio, ha registrato a scopo dimostrativo *Uppon la mi re*, composizione anonima che alcuni attribuiscono a Thomas Preston († 1563 ca.), su un organo di Helmuth Wolff (1981) a Montréal (Canada) opportunamente 'preparato'[23]. Ecco l'inizio del *ground* (basso ostinato):

---

21 LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Notes on Tuning Methods in Fifteenth-Century Italy*, in *Charles Brenton Fisk, organ builder*, vol. I (*Essays in his honor*, edited by Fenner Douglass, Owen Jander and Barbara Owen), Easthampton (Massachusetts), Westfield Center for Early Keyboard Studies, 1986, pp. 197-198.

22 *Ibidem*, p. 198. Per i calcoli si rinvia agli articoli di EDWIN M. RIPIN, *The early clavichord*, in «The Musical Quarterly», LIII (1967), n. 4, pp. 531 sgg., e di MICHAEL THOMAS, *The tunings and pitch of early clavichords*, in «The English Harpsichord Magazine and Early Keyboard Instrument Review», vol. 1, n. 6 (april 1976), pp. 175-180.

23 Alla sommità di ciascuna delle 2000 canne dell'organo è stata arrotolata della carta, a mo' di manicotto, tenuta ferma da un elastico; dopo aver determinato il diapason medio (la$_3$ 408 Hz) che permettesse, grazie a questo sistema, di ottenere tutti i temperamenti desiderati, era sufficiente *alzare* o *abbassare* i 'manicotti' di carta per *allungare* o *accorciare* le canne senza danneggiarle; cfr. PIERRE-YVES ASSELIN, *Musique et tempérament*, Paris, Éditions Constallat, 1985, con due audiocassette. Oltre all'intero brano, eseguito con l'accordatura pitagorica, si possono ascoltare alcuni passi significativi dello stesso messi a confronto con il temperamento equabile e opportunamente commentati (*ibidem*, p. 156).



(London, British Library, Add. 29996)

L'ensemble olandese *Super Librum* diretto da Jankees Braaksma ha invece regi alcuni CD impiegando due organi portativi ossia *organetti* costruiti da Winold va Putten e Berend Veger, organari di Winschoten (Paesi Bassi), ed accordati con il sis pitagorico di Henri Arnault di Zwolle sopra descritto[24].

[24] Il più piccolo dei due *organetti* si ispira ad un dipinto di Fra Angelico (1387-1455) ora nel Mus Marco a Firenze; quello più grande è una ricostruzione da dipinti di Hans Memling (1433-1494) e di . Eyck (1390-1441), rispettivamente nel Museo di Belle Arti di Anversa e nella Cattedrale di San Bavo a (Gand); cfr. JANKEES BRAAKSMA, *Contemporary experience with the Pythagorean temperament* [sic] *ding to Arnout van Zwolle (c. 1440) and its consequences for the practice until 1470*, in *Les orgues go* sous la direction de Marcel Pérès, Actes du colloque de Royaun... 1995, Paris, Éditions Créaphis, 2(26-35. Si veda inoltre il sito web dell'ensemble: http://www.superlibrum.nl nella sezione *CD's*. In part si segnala *Intabulation and improvisation in the 14th century* (1989) dove sono impiegati i due strume ti.

2. LA SCALA ZARLINIANA[1]

Nell'Appendice al cap. 1 sulla scala pitagorica abbiamo visto come nella seconda metà del Quattrocento si cominciasse a diffondere un nuovo sistema di accordatura degli strumenti a tastiera «favorevole agli intervalli di terza maggiore, a scapito della purezza delle quinte»[2] e come tale novità fosse associata all'uso del verbo *temperare* ed a locuzioni del tipo *temperare* [...] *gli orghani*: si trattava insomma di quella *tempera moderna* senza la quale nessun *bono sonatore* poteva suonare[3].

Nella scala pitagorica, infatti, l'intervallo di terza maggiore è espresso dal rapporto 81/64 (408 cents) ossia da un rapporto 'complesso'[4] e quindi non consonante, «generalmente escluso da ogni applicazione agli intervalli musicali perché lontano dalla semplicità dei numeri sonori»[5], al contrario dei rapporti più 'semplici' e quindi più consonanti come i *superparticolari* (dove il numero maggiore contiene il minore più UNA sua parte aliquota; ad es. 5/4, 6/5, rispettivamente terza maggiore e minore nel sistema zarliniano).

Il calcolo degli intervalli musicali fino al XV secolo

Fino alla seconda metà del XV secolo gli intervalli musicali erano ancora calcolati secondo il sistema pitagorico basato sulla divisione del monocordo. Le note usuali si ottenevano da una serie ascendente di undici quinte da Sol*b* a Si. Le note della serie cromatica erano ottenute dalla successione discendente delle quinte a partire da Fa[6]; le altre note erano invece ottenute, sempre a partire da Fa, proseguendo per quinte ascendenti, in questo modo[7]:

←
Sol*b*-Re*b*-La*b*-Mi*b*-Si*b*-**FA**-Do-Sol-Re-La-Mi-Si
→

Questo era il sistema adottato da molti teorici come Arnaut di Zwolle (1440 ca.), Johannes Gallicus († 1473) e l'allievo di quest'ultimo, Nicola Burzio (1445/50-*post* 1518), i quali, assieme ai costruttori di strumenti, sembrano preferire il *bemolle* al *diesis* al contra-

---

[1] Nelle esemplificazioni che seguono, per finalità didattica i calcoli sono presentati con le frazioni pitagoriche. Tuttavia sono forniti anche i valori in *cents* che permettono una semplificazione delle operazioni. Trattandosi di un sistema logaritmico, è possibile ridurre di grado le operazioni: se per sommare due intervalli con le frazioni si deve eseguire una moltiplicazione, con i cents si fa una semplice addizione; se per sottrarre si deve dividere (cioè moltiplicare per l'inverso), con in cents si esegue una normale sottrazione.

[2] PIER PAOLO DONATI, Corpus *dei documenti sulla manifattura degli organi in italia dal XVI al XVII secolo. II: documenti dal 1451 al 1480*, in «Informazione organistica», XXV (2013), n. 2 (= n.s., n. 34), p. 259.

[3] *Ibidem*.

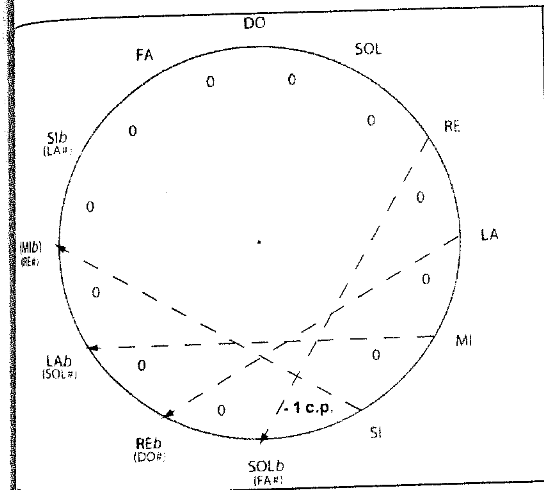
[4] Si tratta di un rapporto *superparziente* nel quale il numero maggiore contiene tutto il minore più parti aliquote del minore.

[5] GIUSEPPE MASSERA, *Dalla scala pitagorica al temperamento equale*, Bologna, A.M.I.S., 1972, p. 6.

[6] Anticamente la nota Fa era il punto di partenza per la numerazione delle canne degli organi e dell'accordatu-

[7] LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Notes on tuning methods in Fifteenth-Century Italy*, in *Charles Brenton Fisk, organ builder*, 2 voll., Easthampton (Massachusetts), Westfield Center for Early Keyboard Studies, 1986, I (*Essays in his honor*, edited by Fenner Douglass, Owen Jander and Barbara Owen), pp. 192-193.

rio di quanto fanno i tastieristi e i musicisti pratici[8]. Il punto di vista dei teorici e dei co-struttori è solo apparentemente divergente poiché in realtà va incontro alle esigenze dei musicisti pratici. Infatti, come abbiamo visto nell'esempio di *accordatura per quinte giuste o pure*, detta anche accordatura "gotica", attestata nel manoscritto di Henri Arnaut di Zwolle, il sistema – a cavaliere del punto in cui il circolo delle quinte non 'chiude' – presenta quattro terze maggiori (in realtà quarte diminuite) e tre terze minori (in realtà seconde aumentate) molto consonanti e vicine alla 'purezza' delle terze maggiori (5/4) e minori (6/5), cioè quegli intervalli che agli inizi del XIV secolo il teorico Walter Odington (*fl.* 1298-1330 ca.) riconosceva come "gradevoli consonanze"[9].



Schema di accordatura pitagorica secondo Henri Arnaut di Zwolle, 1440 ca.

Le 4 terze maggiori consonanti (in realtà si tratta di quarte diminuite) a cavaliere del punto in cui il circolo non 'chiude', sono evidenziate con il tratteggio.

Nel trattato *De speculatione musicae*, Walter Odington riconosce che all'interno del rapporto *sesquialtero* (ossia di quinta, 2/3 oppure 3/2 – rispettivamente lunghezza della parte di corda vibrante del monocordo e frequenza della nota prodotta) si trovano due rapporti minori: *sesquiquarto* (5/4) e *sesquiquinto* (6/5).

sequialtera				
4	←sesquiquarta→	5	←sesquiquinta→	6

[8] Quest'uso era ampiamente diffuso nei paesi di lingua tedesca, dove le note della serie diatonica erano designate con le lettere alfabetiche da A ad H (Si naturale), incluso B (Si*b*), mentre per le note della serie cromatica si impiegavano le stesse lettere con il suffisso latino *-is* : C*is* (Do#), D*is* (Re#), F*is* (Fa#), G*is* (Sol#). Non esistevano indicazioni speciali per il suono bemollizzato o abbassato, che veniva espresso invece come grado innalzato; quindi suoni come Mi*b* o La*b* erano indicati come Re# e Sol#. Questa abitudine si mantenne a lungo: nella prima esecuzione del 1805, l'*Eroica* di Beethoven venne indicata come *aus dem Dis* (in Re#). La nota *dis* o *Dis* va quindi letta come Mi*b*, dal momento che l'accordatura antica prevedeva normalmente solo questa intonazione. Il suffisso *-es* o *-s* oggi impiegato per le alterazioni discendenti (ad es. Es = Mi*b*) sembra non sia stato usato prima del XVIII secolo. Cfr. Luigi Ferdinando Tagliavini, *Notes on tuning methods* cit., p. 191; Willi Apel, *La notazione della musica polifonica dal X al XVII secolo*, Edizione italiana a cura di Piero Neonato, Firenze, Sansoni Editore, 1984, pp. 30, 49 (nota 21).

[9] Walter Odington, *Summa de speculatione musicae*, in *TML* (*Thesaurus Musicarum Latinarum*) = CS I, 191; CSM 14; Luigi Ferdinando Tagliavini, *Notes on tuning methods* cit., p. 193.

Il prefisso *sesqui-* definisce la classe delle proporzioni *superparticolari* (*superparticulares*) co- me *sesquialtera*, *sesquiquarta* ecc. Si tratta cioè di rapporti nei quali l'antecedente contiene tutto il conseguente più un sottomultiplo esatto del conseguente, cioè una sua parte aliquota:

sesquialtera è la proporzione 3/2, perché il 3 contiene il 2 più la metà di 2, cioè 1; infatti 3 = 2 + (1/2) x 2
sesquiquarta è la proporzione 5/4, perché il 5 contiene il 4 più un quarto di 4, cioè 1; infatti 5 = 4 + (1/4) x 4
sesquiquinta è la proporzione 6/5, perché il 6 contiene il 5 più un quinto di 5, cioè 1; infatti 6 = 5 + (1/5) x 5

In termini musicali, ragionando con le lunghezze del monocordo, la quinta (4/6 = 2/3) si scom- pone nei due intervalli determinati dalle proporzioni 4/5 e 5/6 ossia la terza maggiore e la terza mi- nore.

L'intervallo di quarta diminuita (Re-Sol*b*, Mi-La*b*, La-Re*b*, Si-Mi*b*) corrisponde al rapporto 8192/6561 ed è bemollizzato solo di uno *schisma*[10] (ca. 2 cents) rispetto alla ter- za maggiore 'naturale' di 5/4 (386 cents). L'intervallo di seconda aumentata (Sol*b*-La, La*b*-Si, Re*b*-Mi) è diesato di uno *schisma* rispetto alla terza minore 'naturale' di 31 cents (6/5). «Perciò gli intervalli che i teorici chiamano quarte diminuite e seconde au- mentate, ritenuti dissonanti, al musicista appaiono al contrario perfettamente praticabili poiché servono davvero rispettivamente come terze maggiori e minori, come le sole vere terze consonanti. Le attitudini pragmatiche dei musicisti e dei costruttori di strumenti permettono loro di essere liberi da pregiudizi teorici e di cambiare facilmente i nomi delle note secondo gli usi pratici delle note stesse: allora Re*b*, Mi*b*, Sol*b* e La*b* possono essere chiamate rispettivamente Cis, Dis, Fis e Gis»[11], cioè Do#, Re#, Fa# e Sol#.

Le terze 'consonanti' richieste dal temperamento

Nella seconda metà del XV secolo si intensificarono i tentativi per accrescere il nume- ro di terze 'consonanti' richieste dal temperamento 'moderno'. Una delle prime attesta- zioni di questa pratica si trova nel contratto stipulato il 23 settembre 1468 dall'organaro riminese Andrea Molighi per il restauro dell'organo della cattedrale di Cesena, con il qua- le egli prometteva di dare allo strumento «un'eccellente sonorità e gradazione di suoni in conformità con lo stile, la forma, la maniera e le nuove consonanze dei tempi moderni». Per questo scopo avrebbe aggiunto «tre semitoni con terze perfette» possibili solo con l'aggiunta di tasti neri 'spezzati'.

L'uso, da parte dei tastieristi, delle quarte diminuite e delle seconde aumentate come terze maggiori e minori avrebbe finalmente portato i teorici a riconoscere questi rappo (5/4 e 6/5), piuttosto che quelli pitagorici (81/64 e 32/27), come corrispondenti alle re

---

[10] Si definische *schisma* il rapporto fra il *comma pitagorico* (531441/524288) e il *comma sintonico* (81/ equivalente a 1,00112915 (32805/32768), circa 2 cents (1,95), valore corrispondente a circa 1/12 di com *pitagorico* e a circa 1/11 di *comma sintonico*. Il termine *schisma* è stato introdotto da HEINRICH CHRISTO KOCH, *Musikalisches Lexikon*, Frankfurt, August Hermann, 1802, coll. 1296-1297. Il valore di circa 2 ce (1,95) equivale alla centesima parte del tono (200 cents) del temperamento equabile. Un'imperfezione di solo *schisma* è praticamente impercettibile quando le due note di un intervallo sono suonate in successione invece sono suonate simultaneamente, si può percepire un lievissimo battimento.

[11] LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Notes on tuning methods* cit., p. 193.

[12] *Ibidem*, pp. 193-194, nota 11.

onsonanti'[13]. La dottrina pitagorica era però ancora ben radicata e questo passo riconoscimento delle moderne consonanze non fu facile.

a 'naturale' (5/4)

olomeo Ramos de Pareja (ca. 1440-1522) nel suo trattato *Musica practica* «fu uno ni teorici a proporre, nel 1482, una divisione del monocordo contenente i rapporti /5 assieme ad altri intervalli non appartenenti al sistema pitagorico che solo più ranno accettati e riconosciuti come "naturali": il tono minore (10/9), il semitono co (16/15) e il largo semitono cromatico "naturale" (135/128). L'aspra polemica Ramos e i suoi seguaci – il principale tra questi era Giovanni Spataro – dimostra fosse difficile abbracciare le nuove idee»[14].

'scoperta' del rapporto di terza di 5/4 è però molto più antica e risale al pitagorico a di Taranto (428-347)[15]. Nei suoi calcoli, egli presenta infatti un tetracordo di ge- narmonico nel quale l'intervallo di terza è indicato proprio col rapporto 'semplice'

l Medioevo, inoltre, l'intervallo di terza era stato largamente impiegato nella poli- delle Isole Britanniche (*gymel* o *cantus gemellus*), come osserva Guglielmo Monaco XV) in un suo trattato:

> ota che questi Angli hanno un altro modo [di cantare], che si chiama *gymel*; il quale si ıta a due voci e ha terze consonanti sia alte sia basse e unisoni, ripetendo l'ottava e la se- all'ottava bassa; ed ha con questo seste ed ottave, come mostra l'esempio»[16].

ı: Guglielmo Monaco, *De preceptis artis musicae* (Venezia, Biblioteca Nazionale Marciana, lat. 336, c.

a terza 'cantata' non poteva certo avere l'intonazione del sistema pitagorico allora ıte ma doveva corrispondere ad un rapporto più 'semplice' e quindi più consonante. sistema pitagorico, infatti, è la verticalità dei suoni a costituire un problema mentre a musica monodica questo non sussiste.

---

dem, p. 194.

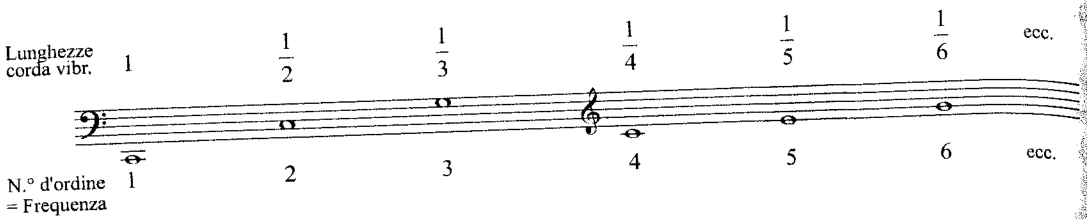
dem, p. 195. Il trattato di Bartolomé Ramos de Pareja è consultabile *online* in *TML* (*Thesaurus Musica-Latinarum*) e nelle seguenti edizioni: *Música práctica*, facsímil y comentarios por Clemente Terni, 2 Madrid, Joyas Bibliográficas, 1983; *Música práctica. Segunda edicion. Impresa en Bolonia por obra, ıtria y a expensa del Maestro Baltasar de Hiberia*, Traducción del latin: José Luis Moralejo. Introduc- Enrique Sanchez Pedrote. Revisión: Rodrigo de Zayas, Madrid, Editorial Alpuerto, 1990[2].

NDREW BARKER, *Archita di Taranto e l'armonica pitagorica*, in «Annali dell'Istituto Universitario Orien- di Napoli-Diparti-mento di studi del mondo classico e del Mediterraneo antico, sezione filologico-lettera- XI (1989), pp. 159-178; CLAUDIA A. CIANCAGLINI, *L'acustica in Archita*, in «Maia», n.s., L (1998), fasc. p. 213-251; *Pitagorici antichi. Testimonianze e frammenti*, a cura di Maria Timpanaro Cardini, Milano, piani, 2010, pp. 471-595: 521-533.

JILERMUS MONACHUS, *De preceptis artis musice* ..., in *TML* (*Thesaurus Musicarum Latinarum*) = CS III, CSM 11.

L'intervallo di terza, che si diffonderà stabilmente nell'*ars nova*, si ritroverà anche nella successione dei 'suoni armonici' concomitanti, un fenomeno acustico che sarà scoperto però molto più tardi, verso la fine del XVII, e sarà reso noto dal matematico e fisico francese Joseph Sauveur (1653-1716) nel 1701[17].

Riportiamo qui di seguito le prime sei note della serie armonica partendo da *do*. I numeri d'ordine coincidono con le *frequenze*, poiché i suoni armonici sono per definizione frequenze multiple del suono fondamentale (considerato armonico di sé stesso e quindi numerato con 1). I numeri inversi esprimono invece le *lunghezze* delle porzioni in cui la corda (o la colonna d'aria) viene frazionata al momento della vibrazione. Tale frazionamento si produce naturalmente con la formazione di 'nodi' e 'ventri' generando onde stazionarie.



L'intervallo di terza si trova tra il 5° e il 4° armonico; rapportando la nota più acuta (Mi) a quella più grave (Do) e sostituendo i valori corrispondenti (rispettivamente 5 e 4) si ottiene il rapporto 5/4.

$$\frac{mi}{do} = \frac{5}{4}$$

Suddividendo il monocordo in 5 parti uguali e facendone risuonare 4, si rapporta la lunghezza totale della corda – che per comodità di calcolo consideriamo unitaria (= 1) – alla porzione di corda effettivamente vibrante, si ottiene:

$$\frac{1}{4/5} = 1 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

La 'correzione' del sistema pitagorico proposta da Bartolomeo Ramos de Pareja (1482) e poco più tardi da Bonaventura da Brescia (1489) e da Jacques Lefèvre d'Étaples

[17] «Chiamo *suono armonico* del suono fondamentale quello che fa diverse vibrazioni mentre il suono fondamentale ne fa solo una; così un suono alla dodicesima del suono fondamentale è armonico, perché fa 3 vibrazioni mentre il suono fondamentale ne fa solo una»; JOSEPH SAUVEUR, *Système général des intervalles des sons, et son application à tout système et à tous les instruments de musique*, in *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M.DCCI. Avec les Mémoire de Mathematique et de Physique pour la même année. Tirés des registres de cette Académie*, Seconde édition, revue, corrigée et augmentée, Paris, Charle-Estienne Hochereau, 1719, p. 349.

(1496)[18] sarà pienamente riconosciuta solo nel secolo successivo come parte integrante del sistema codificato da Gioseffo Zarlino[19].

L'intervallo di terza 'naturale' da Archita di Taranto a Zarlino

Do — Mi — ‡Mi — Fa $\frac{5}{4}$ | $\frac{36}{35}$ | $\frac{28}{27}$	ARCHITA di Taranto (428-347 a.C.) Per la prima volta appare nel tetracordo greco la terza maggiore 'pura' (tetracordo di genere enarmonico)
Do — Re — Mi — Fa $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{16}{15}$	DIDIMO (I sec. a.C.) Tetracordo di genere diatonico
Do — Re — Mi — Fa $\frac{10}{9}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{16}{15}$	TOLEMEO (138-180 d.C.) Tetracordo di genere diatonico 'sìntono'
Do — Re — Mi — Fa $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{16}{15}$	GIOSEFFO ZARLINO (1517-1590) Scala diatonica, primo tetracordo

La scala zarliniana detta anche dei rapporti semplici, naturale o sintonica

Nel secolo XVI il valore acustico della terza di 5/4, rispondente all'evoluzione del senso armonico-tonale rinascimentale[20], sarà riconosciuto da Ludovico Fogliano nel 1529 e codificato da Gioseffo Zarlino (1517-1590) nel 1558 nel cosiddetto sistema 'naturale' basato esclusivamente sulle combinazioni tra i numeri da 1 a 6 – il cosiddetto *numero se-*

18 JACQUES LEFÈVRE D'ÉTAPLES (Iacobus Faber Stapulensis), *Musica libris demonstrata quattuor*, Paris, Johannes Higman e Wolfgang Hoply, 1496; cfr. GIUSEPPE MASSERA, *Dalla scala pitagorica al temperamento* cit., p. 14.

19 LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Notes on tuning methods* cit., pp. 194-195.

20 Questo processo si può ritenere giunto a compimento nella prima metà del XVIII secolo. Fu Jean-Philippe Rameau (1683-1764), nel *Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels* del 1722, ad introdurre la nozione di 'tonalità' sotto la definizione di *centre harmonique*; inoltre introdusse nell'uso i termini *tonica, dominante, mediante, sensibile*. Nel *Nouveau Système de la Musique Théorique* del 1726 fissò i tre pilastri dell'armonia tonale: *tonica, dominante, sottodominante*, i cui accordi contengono le note della scala.

nario – e i loro prodotti[21].

Gli intervalli ottenuti basandosi sulle combinazioni tra i numeri da 1 a 6 e i loro prodotti sono i seguenti[22]:

Ottava:	2/1	(proporzione dupla)
Quinta giusta:	3/2	(proporzione sesquialtera)
Quarta giusta:	4/3	(proporzione sesquiterza)
Terza maggiore:	5/4	(proporzione sesquiquarta)
Terza minore:	6/5	(proporzione sesquiquinta)
Seconda maggiore grande (tono grande):	9/8	(proporzione sesquiottava)
Seconda maggiore piccola (tono piccolo):	10/9	(proporzione sesquinona)
Seconda minore (semitono diatonico):	16/15	(proporzione sesquidecima)

Delle quattro denominazioni di questa scala – zarliniana, naturale, dei rapporti semplici, sintonica – la qualifica di 'zarliniana' non ha la pretesa di attribuirne l'invenzione al grande teorico veneto, il cui merito è piuttosto quello di aver codificato nei suoi trattati conoscenze e pratiche diffuse da tempo.

La qualifica di 'naturale', comunemente impiegata, nasce invece da un equivoco cioè dall'aver voluto assegnare ad un fenomeno fisico – quello dei suoni armonici – il fondamento del sistema tonale. La scoperta dei suoni armonici è invece posteriore all'affermazione del sistema armonico-tonale e quindi non può essere invocata per legittimare la 'naturalità' degli intervalli musicali. Il fatto che la teoria zarliniana si sia rivelata in seguito coicidente con la teoria dei suoni armonici ne conferma la validità dei principi ma non muta la storia degli eventi.

La qualifica di 'scala scala dei rapporti semplici' è invece quella più appropriata e coerente, poiché ne indica con chiarezza i fondamenti basati sul concetto di consonanza espresso da un rapporto numerico 'semplice'; concetto noto fin da tempi remotissimi[23].

Questa scala viene anche chiamata *sintonica* da Joachim Junge[24], poiché la terza di 5/4 assieme ai toni 'grande' (9/8) e 'piccolo' (10/9) si ritrova nel tetracordo diatonico *sintono* (*sýntonon*) di Claudio Tolemeo[25]. Nei paesi anglosassoni viene chiamata "giusta" (ingl. *just intonation*).

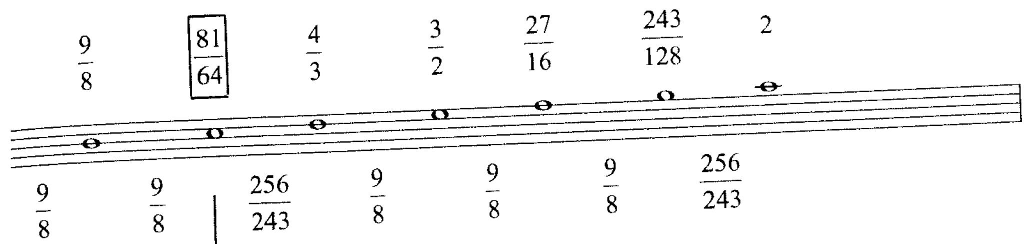
In pratica, la nuova scala si ottiene mediante la sostituzione dei rapporti 'complessi' della scala pitagorica con rapporti più 'semplici' e quindi più consonanti[26]. Centro del sistema è l'intervallo di terza maggiore, il cui rapporto di 81/64 viene sostituito dal più semplice 5/4 già noto ad Archita di Taranto (V-IV sec. a.C.), a Didimo (I sec. a.C.) ed a

[21] LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Note introduttive alla storia del temperamento in Italia*, in «L'Organo», XVIII (1980), n. 1-2, p. 6.
[22] *Ibidem*.
[23] *Pitagorici antichi* cit., pp. 530-531.
[24] «*Scala diatonica nova*, quam *syntonam* vocant»; cfr. JOACHIM JUNGIUS, *Harmonicae definitiones*, n. 164 [c. B4v], in appendice a: ID., *Praecipuae opiniones physicae*, Hamburg, Johann Naumann, Gottfried Liebenzeit, Michael Pfeiffer, 1679.
[25] MASSIMO RAFFA, *La Scienza Armonica di Claudio Tolemeo*, Saggio critico, traduzione e commento, introduzione di Paola Radici Colace, Messina, Edizioni dr. Antonino Sfameni, 2002, pp. 137-138.
[26] Per finalità didattica, abbiamo qui volutamente semplificato il procedimento spiegato da Zarlino.

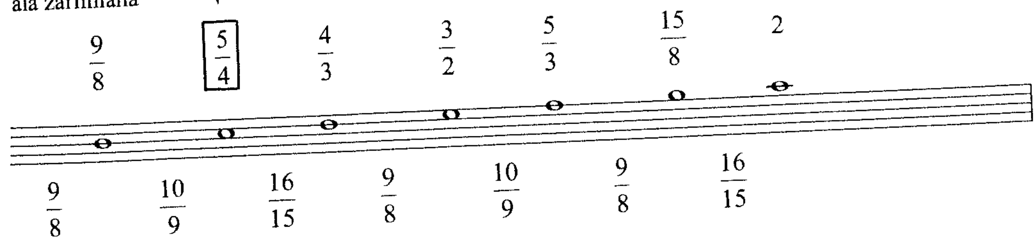
Tolemeo (II sec. d.C.) (v. tabella a p. 175). I rapporti semplici già presenti nella itagorica rimangono invece invariati (Re, Fa, Sol e ovviamente gli estremi della

lue scale – quella di pitagorica di 'partenza' e quella zarliniana di 'arrivo' – sono ı confronto qui di seguito:

a pitagorica



ala zarliniana



ı sostituzione delle frequenze di Mi, La e Si comporta il ricalcolo degli intervalli denti e seguenti le note interessate. Ad esempio, se al Mi (5/4) si 'aggiunge' una a (4/3), cioè si *moltiplicano* i rispettivi rapporti, si ottiene un La di 5/3 più consonan- quello pitagorico (27/16); 'aggiungendo' allo stesso Mi una quinta giusta (3/2), si ıe un Si di 15/8 certamente più consonante di 243/128.

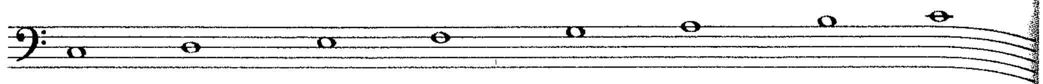
d esempio, per ricalcolare l'intervallo Re-Mi, si dovrà 'sottrarre' la nota più grave da quella cuta, cioè il Re (9/8) dal Mi (5/4), ossia si dovranno *dividere* i rispettivi rapporti. Sostituendo ıote le rispettive frequenze si avrà:

$$\frac{Mi}{Re} = \frac{5/4}{9/8} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{10}{9}$$

\nalogamente, si calcolerà l'intervallo Mi-Fa: $\frac{Fa}{Mi} = \frac{4/3}{5/4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{15}$

La scala risultante è la seguente, corredata delle frequenze in cents sia delle note, sia li intervalli:

	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2



9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15	

Frequenza in cents	0	204	386	498	702	884	1088	1200
Intervallo in cents	204	182	112	204	182	204	112	

Si osservano gli intervalli seguenti:

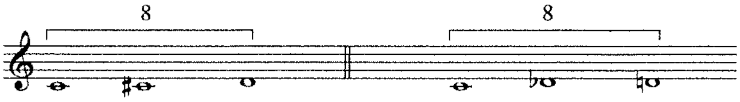
terza maggiore (5/4 = 386.3137 cents)	Do-Mi, Fa-La, Sol-Si
Terza minore (6/5 = 315. 641 cents)	Mi-Sol, La-Do, Si-Re
Quinta giusta (3/2 = 701.955)	Do-Sol, Mi-Si, Fa-Do, Sol-Re, La-Mi
Quarta giusta (4/3 = 498.045 cents)	Do-Fa, Re-Sol, Mi-La, Sol-Do, Si-Mi

Da un esame degli intervalli emerge però una novità: se il tono Do-Re mantiene lo stesso rapporto della scala pitagorica (9/8), il successivo tono Re-Mi presenta invece un rapporto diverso (10/9); si tratta rispettivamente dei cosiddetti 'tono grande' e tono 'piccolo' (detti anche 'maggiore' e 'minore').

I toni si suddividono in semitoni, trasformando così la scala diatonica in cromatica, si ottiene[27]:

TONO GRANDE (= 203.91 cents)

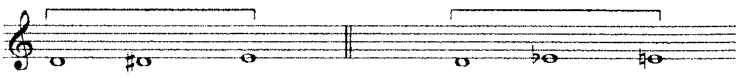
9/8 9/8



	135/128	16/15	16/15	135/128
Intervallo in cents	92.179	111.73	111.73	92.179

TONO PICCOLO (= 182.40 cents)

10/9 10/9



	25/24	16/15	16/15	25/24
Intervallo in cents	70.672	111.73	111.73	70.672

[27] LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Note introduttive* cit. p. 7.

no grande o seconda maggiore grande (9/8) si suddivide in: semitono diatonico e in semitono cromatico grande (135/128).
no piccolo o seconda maggiore piccola (10/9) si suddivide in: semitono diatonico e semitono cromatico piccolo (25/24).
uddivisione può avvenire inoltre in due modi, a seconda che il semitono diatonico preceda o segua quello cromatico.
ıpitolando, nel sistema 'naturale' esistono quindi:

lifferenti toni: - grande o maggiore (9/8)
- piccolo o minore (10/9)

lifferenti semitoni[28]: - diatonico (16/15)
- cromatico grande (135/128)
- cromatico piccolo (25/24)

ıltre, ogni nota alterata da # risulta più grave della successiva nota alterata da *b* ;cala pitagorica era il contrario); la "differenza" è maggiore (128/125 = 41.059 tra i due suoni in cui si scompone il tono minore (es. Re# e Mi*b*), più tenue :025 = 19.5526 cents) tra i due suoni in cui si scompone il tono maggiore (es. Do# ›[29].

La scala zarliniana: valori in frazioni, decimali, cents

ENZA (HZ)	NOTA	FRAZIONI	DECIMALI	CENT
	DO	**1/1**	**1,0000**	**0**
	Do#	25/24	1,0416	70
	Re*b*	27/25	1,0800	134
	RE	**9/8**	**1,1250**	**204**
	Re#	75/64	1,1718	274
	Mi*b*	6/5	1,2000	316
	MI	5/4	1,2500	386
	FA	**4/3**	**1,3333**	**498**
	Fa#	25/18	1,3888	568
	Sol*b*	36/25	1,4400	632
	SOL	**3/2**	**1,5000**	**702**
	Sol#	25/16	1,5625	772
	La*b*	8/5	1,6000	814
	LA	5/3	1,7361	954
	La#	125/72	1,7361	954
	Si*b*	9/5	1,8000	1018
	SI	15/8	1,8750	1088
	DO	**2/1**	**2,0000**	**1200**
	Comma sintonico	81/80	1,0125	22

ulteriore intervallo nasce dalla scomposizione del tono maggiore in semitono diatonico grande (27/25 :38 cents) e semitono cromatico piccolo»; *Ibidem*.
em.

Differenza fra terza 'pitagorica' e terza 'naturale': il *comma sintonico*

Confrontiamo la terza pitagorica (81/64) e la terza 'naturale' (5/4):

	Do		Re		Mi	
Scala pitagorica:		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} = \frac{81}{64}$
Scala zarliniana:		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{5}{4}$
					$\frac{81}{80}$	

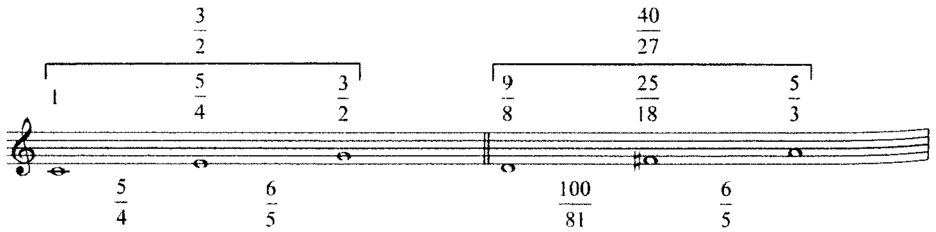
e calcoliamo la differenza tra i due intervalli:

$$\frac{81/64}{5/4} = \frac{81}{64} \cdot \frac{4}{5} = \frac{81}{80} = 1{,}0125 \text{ (comma sintonico)} \cong 22 \text{ cents}$$

Questa differenza è il cosiddetto *comma sintonico* (81/80 ≅ 22 cents), equivalente alla differenza fra tono grande (9/8) e 'tono piccolo (10/9), essendo il tono Do-Re identico nelle due scale.

Tale *comma sintonico* è fonte di difficoltà di applicazione della scala zarliniana, che richiede pertanto degli 'aggiustamenti', poiché il sistema non consente la libera transizione da una tonalità all'altra, se non in un ambito molto ristretto di tonalità vicine. Per questo lo stesso Zarlino aveva suggerito alcune varianti[30].

Prendiamo in esame, ad esempio, la triade maggiore su Do; immaginiamo di volerla trasportare un tono sopra, su Re. Ricostruiamo su Re l'accordo aggiungendo le frequenze delle note e il valore degli intervalli secondo i rapporti zarliniani. Nell'accordo trasportato su Re, alla terza maggiore Re-Fa# corrisponde un rapporto 'complesso' (100/81) e quindi non consonante; inoltre la quinta Re-La non è 'giusta' o 'pura' come nell'accordo di Do (3/2 = 701.955 cents ≅ 702) ma è più 'stretta' ossia calante (40/27 = 680.4487 cents), tanto da risultare intollerabile per l'orecchio a causa dei battimenti.



[30] ROBERTO AIROLDI, *La teoria del temperamento nell'età di Gioseffo Zarlino*, Cremona, Editrice Turris, 1989.

Infatti, se valutiamo l'intervallo Re-La, ossia 'sottraiamo' la nota più grave (Re) da quella più acuta (La) *dividendo* le rispettive frequenze, otteniamo un rapporto di 40/27 ossia una quinta calante di un *comma sintonico* (81/80) rispetto alla quinta 'giusta' (3/2):

$$\frac{La}{Re} = \frac{5/3}{9/8} = \frac{5}{3} \cdot \frac{8}{9} = \frac{40}{27} \qquad\qquad \frac{3/2}{40/27} = \frac{3}{2} \cdot \frac{27}{40} = \frac{81}{80} \cong 22 \text{ cents}$$

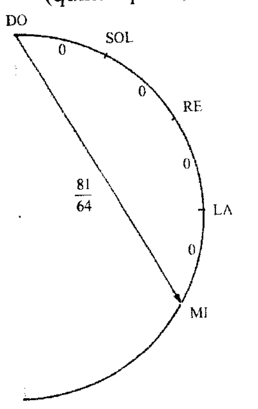
Il temperamento

Per ovviare agli inconvenienti derivanti dall'applicazione pratica di questa scala bisognava quindi operare qualche 'aggiustamento' degli intervalli ossia mettere in atto quell'operazione che va sotto il nome di *temperamento*[31], operazione comunemente praticata – come si è visto – fin dalla seconda metà del Quattrocento.

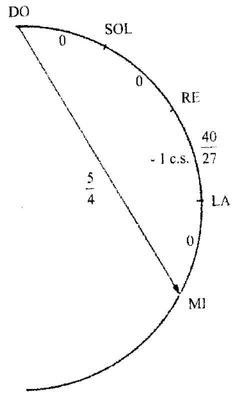
> «Il problema cruciale è rappresentato dall'impossibilità di conciliare e far coesistere due degli intervalli fondamentali: la quinta 'giusta' (3/2) e la terza maggiore 'naturale' (5/4)»[32].

Consideriamo una porzione del circolo delle quinte corrispondente a quattro quinte, poiché l'intervallo di terza viene generato da una successione di quattro quinte (Do-Sol-Re-La-Mi). Nell'esempio che segue, sono messe a confronto le terze pitagorica e 'naturale'.

A) SCALA PITAGORICA
(quinte 'pure')



B) SCALA ZARLINIANA
(terze maggiori 'naturali')



0 = quinta 'giusta' (cioè senza alcun battimento): 3/2

---

[31] Da *temperare* o *temprare* (lat. *temperare*). In senso proprio e originario «mescolare nelle giuste proporzioni»; in senso figurato «correggere qualche cosa col mescolarvene un'altra contraria o atta ad attenuare o addolcire ciò che in essa vi è d'eccessivo»; «moderare, frenare»; «regolare» ed anche «fondere i suoni in un insieme armonico, accordare» (*Vocabolario Treccani*).

[32] LUIGI FERDINANDO TAGLIAVINI, *Note introduttive* cit. p. 8.

A) La successione di quattro quinte 'giuste' (3/2) produce una terza 'larga' di 81/64 (408 cents).

B) La terza 'naturale' di 5/4 (386 cents) si ottiene da una successione di quattro quinte di cu tre 'giuste' ed una calante (40/27) di un comma sintonico (81/80 ≅ 22 cents).

La seconda soluzione è quella che si è diffusa a partire dalla seconda metà del Quat trocento. Tuttavia la presenza di una quinta calante (con battimenti intollerabili) ogn quattro (quattro infatti sono le quinte che generano una terza) costituiva un problema ch fu risolto con la ripartizione del *comma sintonico* su quattro quinte, cioè togliendo ad ogn quinta ¼ di comma sintonico. In questo modo tutte le quinte risultano equamente calan ma di una piccola quantità tollerabile dall'orecchio.

Tale procedimento prese il nome di *partecipazione* o di *sistema partecipato* e la quint così 'ridotta' si chiamò *communicata* o *partecipata*[33]. Secondo il matematico Lemm Rossi (1601-1673) «tale denominazione era dovuta al fatto che i sistemi così ottenu "partecipavano" delle più favorevoli caratteristiche sia del sistema pitagorico (toni di u solo formato) che del sistema sintonico (3^{e} e 6^{e} consonanti)»[34].

Il 'sistema partecipato' o temperamento del 'tono medio' (mesotonico)

Il 'sistema partecipato'[35], che prevede una diminuzione regolare di ¼ di comma sinto nico di undici quinte su dodici, prese più tardi la denominazione di temperamento del 'to no medio' (ingl. *meantone*) o mesotonico (fr. *mésotonique*; ted. *mitteltönige Temperatur*), perché l'intervallo di tono in esso impiegato corrisponde ad un valore medio tra il tono grande (9/8) e il tono piccolo (10/9) del sistema 'naturale' codificato da Zarlino[36].

tono grande (o maggiore) 9/8	= 1,125	= 204 cents
tono 'medio'	= 1,118034	= 193 cents
tono 'piccolo' (o minore) 10/9	= 1,111	= 182 cents

Le caratteristiche di questo temperamento si possono così riassumere:

---

[33] FRANCHINO GAFFURIO, *Practica musicae*, Milano, Giovan Pietro Lomazzo, 1496, libro III, cap. 2 e 3; ID., *De harmonia musicorum instrumentorum opus*, Milano, Gottardo da Ponte, 1518, lib. III, cap. 8, c. 77^{v}.

[34] PATRIZIO BARBIERI, *L'evoluzione delle tastiere enarmoniche a catena aperta c1480-1650*, in «Schweizer Jahrbuch für Musikwissenschaft», n.s., 22 (2002), p. 190, nota 9 (LEMME ROSSI, *Sistema musico overo musica speculativa*, Perugia, Laurenti, 1666, p. 58).

[35] Agli inizi dell'Ottocento, il temperamento era ancora conosciuto con questa denominazione; cfr. THOMAS BUSBY, *A complete dictionary of music*, London, Richard Phillips, 1806^{2}, pp. n.n., alla voce *Temperament*: «*Temperament* is what the Italians call *Participatione*, *Participato*, o *Systema Temperato* [...]».

[36] La forma latina *tonus medius* si trova già nel trattato di JOACHIM JUNGIUS, *Harmonicae definitiones* cit., n. 119 [c. B2^{v}] e n. 165 [c. B4^{v}]. Il termine *tono medio* divenne usuale per designare il «temperamento del quarto di comma» a partire dalle *Additions* di Alexander J. Ellis alla traduzione in inglese del trattato di HERMANN L.F. HELMHOLTZ, *On the sensations of tone*, London, Longman, 1885^{1}, p. 433 (Art. 16 – *The Meantone Temperament*); cfr. PATRIZIO BARBIERI, *L'evoluzione delle tastiere* cit., p. 190, nota 11.

1 quinte diminuite di ¼ di comma sintonico;
na quinta eccedente il valore 'puro' (702 cents) formata dall'ultima nota dell'ordine esis (il Sol#) e dall'ultima nota dell'ordine dei bemolli (il Mi*b*); in realtà si tratta di esta diminuita fortemente dissonante che gli antichi chiamavano *quinta del lupo* (+ 1 na e ¾ cioè + 35,7 cents);
8 terze maggiori 'pure' (5/4): Mi*b*-Sol, Si*b*-Re, Fa-La, Do-Mi, Sol-Si, Re-Fa#, La- Mi-Sol#;
4 terze maggiori **inutilizzabili** (in realtà si tratta di quarte diminuite): Si-Mi*b*, Fa#- Do#-Fa, Sol#-Do;
scala cromatica molto 'ineguale';
passaggi enarmonici impossibili.

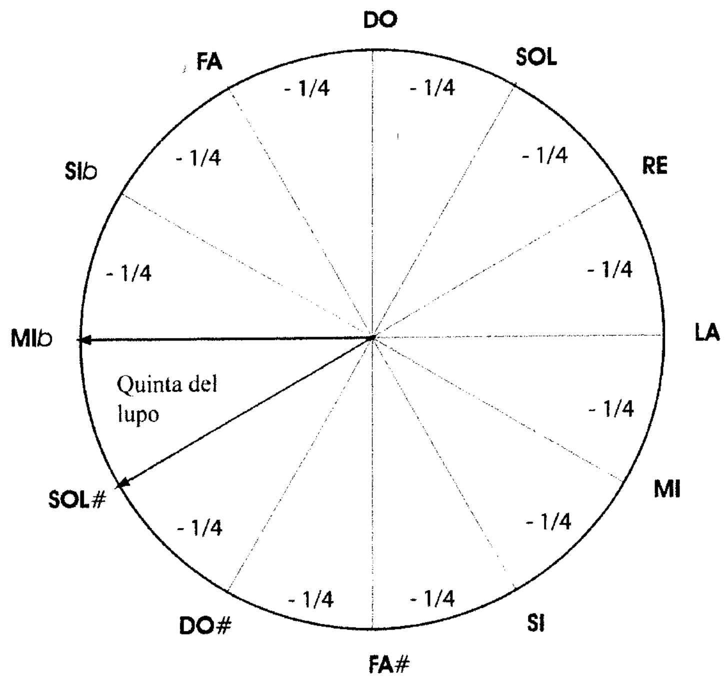
li accidenti sono accordati come Do#, Mi*b*, Fa#, Sol#, Si*b*; conseguentemente brani più di 3# o 2*b* non sono eseguibili; sono inoltre impossibili i passaggi enarmonici.
e note della serie dei bemolli risultano più acute di quelle ad esse vicine della serie liesis (ad esempio: Reb> Do#).

matematico tedesco Joachim Junge (1587-1657) conferma che tale tipo di temperato era considerato come un vero e proprio "sistema" affiancandolo alla scala pitagori- a quella zarliniana:

cala diatonica vetus (= pitagorica);
cala diatonica nova (= sintonica o zarliniana);
cala diatonica reformata (= temperamento del quarto di comma sintonico)[37].

Questo tipo di temperamento degli strumenti da tasto è da identificarsi con quello "co- e" praticato in Italia, in Francia e in Inghilterra nei secoli XVI-XVIII[38] e che può es- schematizzato come segue:

OACHIM JUNGIUS, *Harmonicae definitiones* cit., nn. 158, 164-165 [c. B4^v]; cfr. PATRIZIO BARBIERI, *L'evo- one delle tastiere* cit., p. 190, nota 11.
ATRIZIO BARBIERI, *Acustica, accordatura e temperamento dell'Illuminismo veneto. Con scritti inediti di sandro Barca, Giordano Riccati e altri autori*, Roma, Edizioni Torre d'Orfeo, 1987, p. 152.



Frazioni di comma sintonico
Quinta del lupo = + 1 comma e ¾ (+ 35,7 cents)

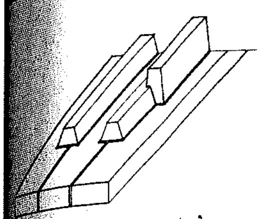
Tasti 'spezzati' e strumenti da tasto 'enarmonici'

La disposizione dei dodici tasti tradizionali rispecchia la graduale evoluzione della tastiera, dapprima limitata alla scala diatonica e successivamente arricchita di tasti 'intermedi' per i suoni cromatici. Per gli antichi questi dodici tasti rappresentavano una scelta dei suoni più usuali. Oltre ai suoni corrispondenti ai tasti 'bianchi', venivano scelte per i tasti 'neri' le note cromatiche seguenti: Do#, Mi*b*, Fa#, Sol#, Si*b*. Tutti gli altri suoni erano preclusi dalle normali tastiere, poiché il temperamento non consentiva ambivalenze enarmoniche: così il Do# non poteva essere impiegato come Re*b*, il Mi*b* come Re# ecc. L'esecutore non poteva quindi suonare con più di *tre diesis* e *due bemolli*.

Il temperamento in uso imponeva infatti dei limiti entro i quali l'antica letteratura per i normali strumenti a tastiera normalmente si atteneva. Anche Girolamo Frescobaldi nella sua produzione cembalo-organistica vi si attiene sconfinando soltanto in pochissimi casi: «solo le *Cento partite* e alcune battute dei *Fiori musicali* richiedono manifestamente la 'spezzatura' di alcuni tasti o un diverso temperamento»[39].

Non mancavano però esempi di allargamento di questi stessi limiti attraverso l'aumento del numero dei tasti. L'aggiunta più comune è quella delle note Re# e La*b* che si effettuava 'spezzando' in due parti i tasti neri tra Re-Mi e Sol-La: una metà serviva per le note Re# e Sol#, l'altra per le note Mi*b* e La*b*, come mostrano le figure seguenti.

[39] PATRIZIO BARBIERI, *Acustica, accordatura e temperamento* cit., p. 296.



Tasto 'spezzato'

Bologna, Basilica di S. Petronio: tastiera dell'organo in *cornu Epistolae* di Lorenzo da Prato (1471-75) e Giovanni Battista Facchetti (1531) con tre tasti 'spezzati' per La$b_{1\text{-}2\text{-}3}$.

Si tratta dei cosiddetti tasti 'spezzati' o 'scavezzi' (ingl. *split keys*; ted. *Subsemitonien*; fr. *doubles feintes* o *feintes brisées*) il cui impiego è attestato in Italia dal 1468 al 1670 circa[40].

Tastiere con tasti spezzati si trovano ancora in antichi organi restaurati (Bologna, S. Petronio; Roma, S. Giovanni in Laterano e S. Maria in Valicella) oppure in strumenti di nuova costruzione. Ad esempio, l'organo di stile veneziano costruito nel 1995 da Franz Zanin († 2012) per il Duomo di Salisburgo è dotato di spezzature per il Re#-Mi*b* e Sol#-La*b* sia nelle due tastiere sia nella pedaliera. Un altro caso è rappresentato dall'organo costruito per la Örgryte Nya Kyrka di Göteborg (Svezia) su progetto del GOArt Center (Göteborg Organ Art Center) dell'Università di Göteborg. Lo strumento dispone di quattro tastiere con spezzature sui tasti Re#-Mi*b* e Sol#-La*b*; il temperamento è mesotonico regolare (1/4 di comma).

Tali aggiunte di tasti spezzati erano dettate dal desiderio di allargare l'usuale ambito Sol#-Mi*b*. Si entra così nel dominio del cosiddetto genere *enarmonico* (derivato dall'antica teoria musicale greca): «per la prima volta incontriamo note enarmonicamente equivalenti (come Sol#-La*b* e Re#-Mi*b*) che fra loro risultano essere separate da un intervallo detto "diesis enarmonico", del quale la nota *diesata* costituisce la base. Sia nel sistema sintonico puro che in quello temperato col "quarto di comma" il rapporto di frequenza corrispondente a tale microintervallo è 128/125 ($\cong$ 41.1 cents) equivalente a circa un quinto di tono»[41]. Grazie a questi sdoppiamenti, le tastiere potevano eccezionalmente raggiungere il numero di 19 o addirittura di 31 tasti per ottava.

Per quanto riguarda i clavicembali, si segnala il *cembalo cromatico*, con 19 tasti per ottava, costruito da Denzil Wright nel 1987[42], sulla base del *Syntagma Musicum* (II, 1619) di Michael Praetorius, per Christopher Stembridge che lo ha impiegato in una interessante registrazione discografica di musiche napoletane del Seicento[43].

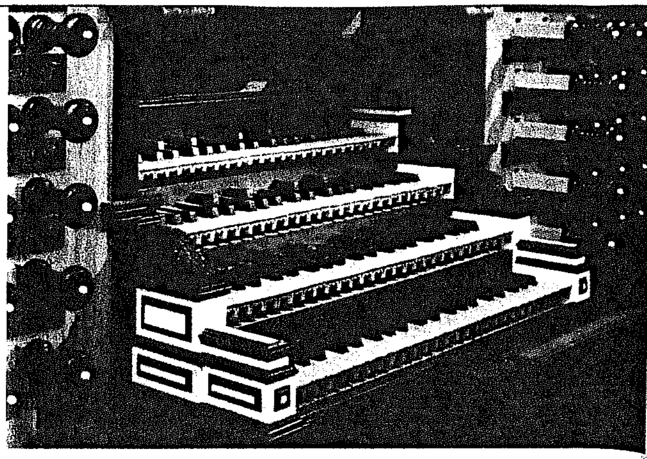
---

40 PATRIZIO BARBIERI, *Consonanze, scale e temperamenti*, in *Acustica musicale e architettonica*, nuova edizione a cura di Sergio Cingolani e Renato Spagnolo, Novara, CittàStudi edizioni, 2008, pp. 57-59; IBO ORTGIES, *Subsemitones in organs built between 1468 and 1721: introduction and commentary with an annotated catalog*, in «Goart Research Reports», vol. 3 (2003), pp. 11-74.

41 PATRIZIO BARBIERI, *Consonanze, scale e temperamenti* cit., pp. 57-58.

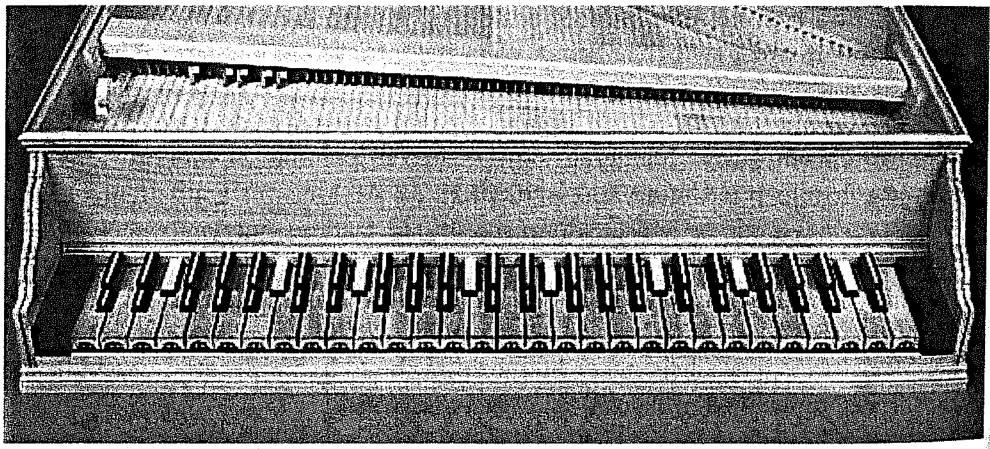
42 Lo strumento è provvisto di 79 tasti (Do_1-Re_5); ogni ottava ne ha 19: Do, Do#, Re*b*, Re, Re#, Mi*b*, Mi, Mi#, Fa, Fa#, Sol*b*, Sol, Sol#, La*b*, La, La#, Si*b*, Si, Si#.

43 *Consonanze stravaganti. Musica napoletana per organo, cembalo e cembalo cromatico*, Christopher Stembridge organo e cembalo, CD Ars Musici, 1997 (musiche di Giovanni de Macque, Giovanni Maria Trabaci,



(*Sopra*) Göteborg, Örgryte Nya Kyrka: moderna realizzazione di organo barocco tedesco del Nord con tasti 'spezzati' per Re#-Mi*b* e Sol#La*b* ai manuali e ai pedali. Cfr. anche nota discografica più avanti nel capitolo *Esempi musicali*.

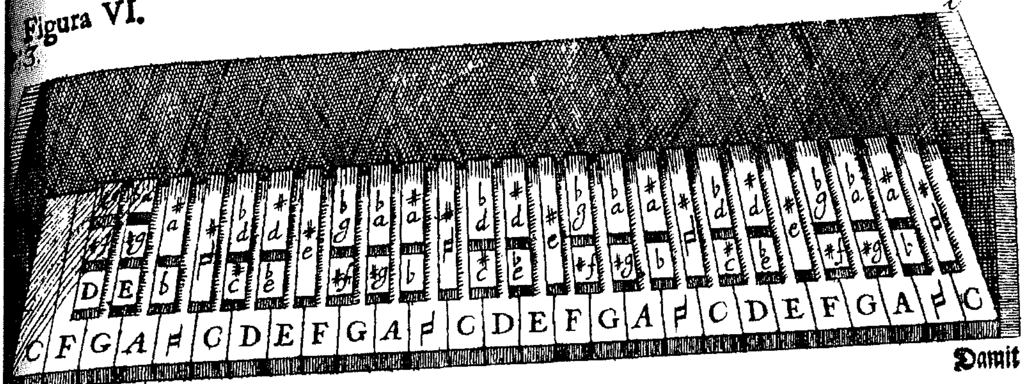
(*A sinistra*) Salisburgo, Duomo: organo di stile veneziano costruito da Franz Zanin nel 1995 e dotato di 'spezzature' per Re#-Mi*b* e Sol#La*b* sia nelle due tastiere sia nella pedaliera.



Cembalo 'cromatico' costruito da Denzil Wright nel 1987

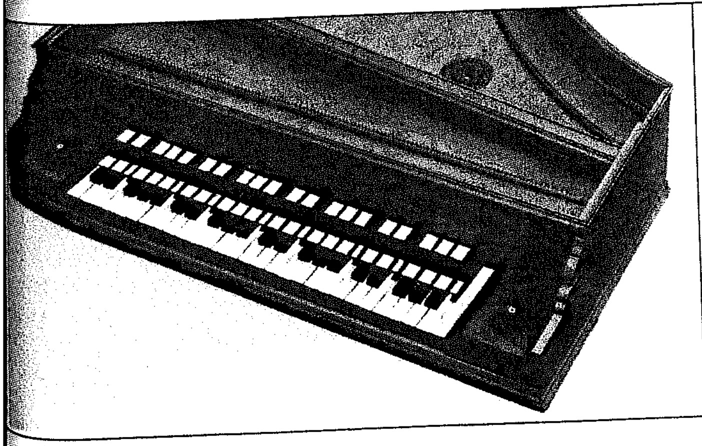
Francesco Lambardo, Gesualdo da Venosa, Ascanio Mayone, Giovanni Salvatore, Gregorio Strozzi, Scipione Stella). Ulteriori informazioni si trovano nel sito http://www.christopherstembridge.org

Fig 6



'Cembalo cromatico' con prima ottava corta
(Da: Johannes Baptist Samber, *Manuductio ad organum*, Salzburg 1704, parte I, p. 103)

Il temperamento del 'tono medio' allargato al genere enarmonico era il tipo di accor-
tura adottato per il *cembalo cromatico*, strumento che ebbe una certa diffusione nella
ima metà del Seicento, in particolare nel Regno di Napoli, e per il quale ci sono giunte
mposizioni di autori operanti in quell'area: Ascanio Mayone (1609), Giovanni Maria
abaci (1615), Gioampietro del Buono (1641)[44].
Per le tastiere di 31 tasti per ottava, si ricorda il cembalo costruito da Vito Trasuntino
el 1606 (*clavemusicum omnitonum*) appartenente alla collezione di strumenti musicali
el Museo Civico Medievale di Bologna[45]. Tale strumento fu costruito – come dice l'i-
crizione sul listello frontale – per eseguire i generi diatonico, cromatico ed enarmonico
ell'antica musica greca. È provvisto di 125 tasti con ambito Do_1-Do_5.



Tastiera del *clavemusicum omnitonum* di Vito Trasuntino (1606) con 31 tasti per ottava.

(Da: John Henry van der Meer 1993)

[44] PATRIZIO BARBIERI, *Consonanze, scale e temperamenti* cit., p. 57. Si veda inoltre l'articolo di LUIGI FERDI-NANDO TAGLIAVINI, *Riflessioni sull'arte tastieristica napoletana del Cinque e Seicento*, in *Musica e cultura a Napoli dal XV al XIX secolo*, a cura di Lorenzo Bianconi e Renato Bossa, Firenze, Leo S. Olschki, 1983, pp. 141-144.

[45] JOHN HENRY VAN DER MEER, *Strumenti musicali europei del Museo Civico Medievale di Bologna*, Bologna, Nuova Alfa Editoriale, 1993, pp. 146-148, tav. a colori n. 141, tav. I parte, n. 141.

Strumenti analoghi (perduti) furono l'*archicembalo* di Nicola Vicentino (1555; si sa che fu trasportato alla corte Estense a Ferrara dove fu suonato da Luzzasco Luzzaschi ed ascoltato da Carlo Gesualdo da Venosa), il clavicordo in forma di cembalo, chiamato *sambuca lincea*, ideato da Scipione Stella e costruito da Fabio Colonna, entrambi di Napoli[46].

Il temperamento e l'intonazione dei cantanti

Circa l'intonazione dei cantanti e il temperamento degli strumenti da tasto, il problema è così riassunto da Patrizio Barbieri:

> «La possibilità che tale intonazione temperata fosse proprio quella di cui si servivano anche i cantanti non accompagnati costituì il tema di un acceso dibattito, verso la fine del Cinquecento, tra Zarlino e Vincenzo Galilei: il primo affermava categoricamente che i cantanti seguivano il rigoroso sistema sintonico descritto nei suoi trattati, il secondo, al contrario, che tale sintonico veniva intonato non rigidamente, ma in maniera elastica e in qualche modo temperata. Pur non entrando nel merito della questione, c'è da rilevare che la tesi di Zarlino è contraddittoria. Infatti egli afferma che *tutte* le consonanze, anche le 5^{e} ristrette di un comma [sintonico], vengono intonate pure, senza considerare che in tal modo (1) si sarebbe dovuta registrare una più o meno marcata deriva del corista (vedi la Fig. 2.4.1), oppure (2) se i cantanti – al fine di evitare sia le consonanze danneggiate dal comma, sia la summenzionata deriva del corista – avessero deciso di intonare i salti cromatici (vedi i D sdoppiati della Fig. 2.4.2), l'effetto sarebbe stato egualmente "fastidioso" e "tristo", come lo stesso Zarlino rileva riferendosi a uno strumento da tasto da lui fatto costruire proprio con detti sdoppiamenti commatici»[47].

[46] JOHN HENRY VAN DER MEER, *Strumenti musicali* cit., p. 148. La *sambuca lincea* è stata studiata da Patrizio Barbieri (cfr. Bibliografia). Sugli strumenti 'enarmonici' si segnala l'esauriente trattazione (con annesso CD) di PATRIZIO BARBIERI, *Enharmonic instruments and music 1470-1900*, Latina, Il Levante Editrice, 2008.

[47] PATRIZIO BARBIERI, *Consonanze, scale e temperamenti* cit., p. 57. Sulla deriva del corista, il matematico Giovanni Battista Benedetti sembra essere stato il primo a segnalare il problema in una lettera al compositore Cipriano de Rore pubblicata nel 1585 fornendo due esempi al riguardo; si vedano gli esempi e le considerazioni dello stesso Barbieri (*ibidem*, pp. 53-54). Sui problemi di accordatura con altri strumenti, si rinvia all'importante contributo di PATRIZIO BARBIERI, *Conflitti di intonazione tra cembalo, liuto ed archi nel 'concerto' italiano del Seicento*, in *Studi Corelliani IV*, a cura di Pierluigi Petrobelli e Gloria Staffieri, Firenze, Leo S. Olschki, 1990, pp. 123-153.

Esempi musicali

Le orecchie moderne del XXI sec. sembreranno forse sorprese, ossia 'choccate', all'audizione di certi sistemi di accordatura. Esse avranno l'impressione di ascoltare qualche cosa di 'stonato' mentre, in realtà, si tratta di qualcosa di 'differente'. D'altra parte gli antichi ritenevano 'insopportabili' le consonanze del nostro temperamento equabile. «Bisogna lasciare all'intelletto il tempo di abituarsi e di scoprire queste sonorità; esso vi si abituerà al punto da non preferire più le consonanze uniformi e neutre del temperamento equabile»[48].

Da qualche decennio ormai i musicisti più informati ed aggiornati impiegano nelle loro esecuzioni strumenti da tasto storici restaurati o copie di strumenti storici accordati secondo gli antichi sistemi. Dalla ricca produzione discografica, ci limitiamo a segnalare qui di seguito alcune significative registrazioni.

A) Organi storici italiani.

Gli organi della Basilica di S. Petronio di Bologna, Luigi Ferdinando Tagliavini e Liuwe Tamminga, 2 voll., Tactus 1991 – I (*Maestri padani e fiamminghi*, TC 460001), II (*Andrea e Giovanni Gabrieli*, TC 510001) – organi storici di Baldassarre Malamimi 1596 (*in cornu Evangelii*) e di Lorenzo da Prato 1471/75-Giovanni Battista Facchetti 1531 (*in cornu Epistolae*), con tasti spezzati ed accordatura del 'tono medio'.

Andrea Gabrieli e Giovanni Gabrieli, *Intonationi, Toccate, Ricercari & Canzone*, Christopher Stembrige, Sarx Records 1995 (SX 013-2), organo Luca da Cortona 1534 della cattedrale di Arezzo, con tasti spezzati e temperamento del 'tono medio' (restauro Pier Paolo Donati 1990).

Musica Nova. Accomodata per cantar et sonar sopra organi et altri stromenti, Liuwe Tamminga, Tactus 1995 (TC 540001), organo Lorenzo da Prato 1471-75 della Basilica di S. Petronio in Bologna.

Palestrina-De Macque, *Works for organ*, Accent 1996 (ACC 96115 D), organo Lorenzo da Prato 1471-75 della Basilica di S. Petronio in Bologna.

Girolamo Frescobaldi, *Works for organ*, Liuwe Tamminga, Accent 1996 (ACC 96120 D), organi della Basilica di S. Petronio in Bologna.

Ricercari. The Art of the Ricercar in 16th Century Italy, Liuwe Tamminga, Accent 1997 (ACC 97127 D), organo Lorenzo da Prato 1471-75 della Basilica di S. Petronio a Bologna.

Marco Antonio Cavazzoni "da Bologna", *The complete organ works*, Liuwe Tamminga, Accent 2004 (ACC 96115); organo Lorenzo da Prato 1471-75 della Basilica di S. Petronio a Bologna.

B) Clavicembali ed altri strumenti storici da tasto.

Luigi Ferdinando Tagliavini and his collection of harpsichord, Luigi Ferdinando Tagliavini, Ermitage 1996 (illustrazione sonora di vari strumenti da tasto della collezione Tagliavinbi conservata in S. Colombano a Bologna).

Il cembalo intorno a Gesualdo, Paola Erdas, Stradivarius 2001 (STR 33596), clavicembalo Nicolò de Quoco 1699, temperamento del 'tono medio'.

C) Ricostruzione di organi storici.

Nel quadro di un progetto di ricostruzione filologico-scientifica di un organo barocco della Germania del Nord, il GOArt (Göteborg Organ Art Center: http://www.goart.gu.se/) dell'Università Göteborg (Svezia) ha fatto costruire nella Örgryte nya kyrka (Örgryte new church) della stessa città un grande organo nello stile di Arp Schnitger (1648-1719), ispirato in particolare a quello della chiesa di St. Jacobi (1688-91) di Amburgo.

---

[48] PIERRE-YVES ASSELIN, *Musique et tempérament*, Paris, Éditions Constallat, 1985 (con due audiocassette), p. 155.

Tale progetto, avviato nel 1989, si è concluso nel 2000 con l'inaugurazione del monumentale strumento, che è provvisto di quattro tastiere e pedaliera con tasti spezzati ed è accordato secondo il temperamento del 'tono medio'. Le sue caratteristiche sonore sono illustrate dalle composizioni di Dieterich Buxtehude (1637-1707) interpretate da Hans Davidsson in una serie di sette CD della Loft Recordings riuniti in 3 volumi: 1) *Dieterich Buxtehude and the Mean-Tone Organ* (LRCD 1090, 1091); 2) *Dieterich Buxtehude. The Bach perspective* (LRCD 1092, 1093); 3) *Buxtehude and the Schnitger organ* (LRCD 1094, 1095, 1096). Sullo stesso strumento sono state inoltre registrate le opere organistiche di Franz Tunder (1614-1667), *Organ works*, Pamela Ruiter Feenstra (LRCD 1048, 1049), e di Matthias Weckmann (1616-1674), *The complete organ works*, Hans Davidsson (LRCD 1065, 1066, 1067).

Veniamo ora all'esame di alcuni passi di due composizioni seicentesche che per le loro caratteristiche – in particolare per gli arditi cromatismi – si prestano ad un confronto fra il 'sistema partecipato' o temperamento del 'tono medio' regolare o mesotonico (quinte diminuite di ¼ di comma sintonico) e il moderno temperamento equabile.

1. Tarquinio Merula, *Capriccio cromatico* (sec. XVII)[49]

Il *Capriccio cromatico* di Tarquinio Merula (1595-1665) inizia con una scala cromatica 'scoperta' (batt. 1-4)[50]:

In questo cromatismo molto audace per l'epoca, notiamo innanzitutto la presenza di un Mi*b* (batt. 1) e di un Re# (fine batt. 2); analogamente nell'imitazione della stessa scala (batt. 3) si osserva l'indicazione di un Re#. Come abbiamo visto, anticamente l'accordatura consentiva normalmente la presenza del solo Mi*b* mentre l'indicazione di un Re# indica evidentemente un tasto spezzato Re#/Mi*b*. Non disponendo di una tastiera dotata di tasti spezzati, si dovrà necessariamente suonare il Re# con il tasto accordato invece come Mi*b*.

L'alternanza di *semitoni diatonici* e *cromatici* (rispettivamente di 117 e 76 cents), che Pierre-Yves Asselin definisce *déchirante* ('straziante, lacerante'), produce una scala 'ineguale'. Tale 'ineguaglianza' viene annullata del tutto con il temperamento equabile in cui i due tipi di semitono sono coincidenti (100 cents). Le accordature antiche sono quindi un mezzo per restituire all'ascolto moderno le caratteristiche espressive della musica dell'epoca; ignorarle equivale ad impoverirla, come sottolinea Christopher Stembridge:

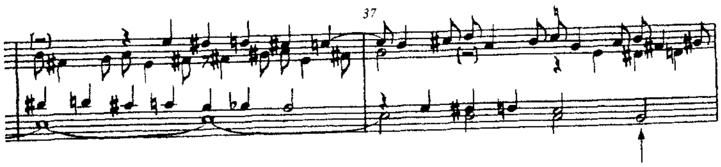
> «Per restituire l'espressività di gran parte della musica italiana dell'epoca, e quindi anche di quella di Frescobaldi, è necessario che venga mantenuta la diversità tra semitono diatonico

[49] Berlino, Deutsche Staatsbibliothek: *Lübbenauer Tabulatur*, vol. A^2, cc. 13^v-14. Edizione moderna: Tarquinio Merula, *Composizioni per organo e cembalo*, a cura di Alan Curtis, Brescia, L'Organo/Kassel, Bärenreiter, 1961 (*Monumenti di musica italiana*, serie I, vol. I), pp. 8-11.

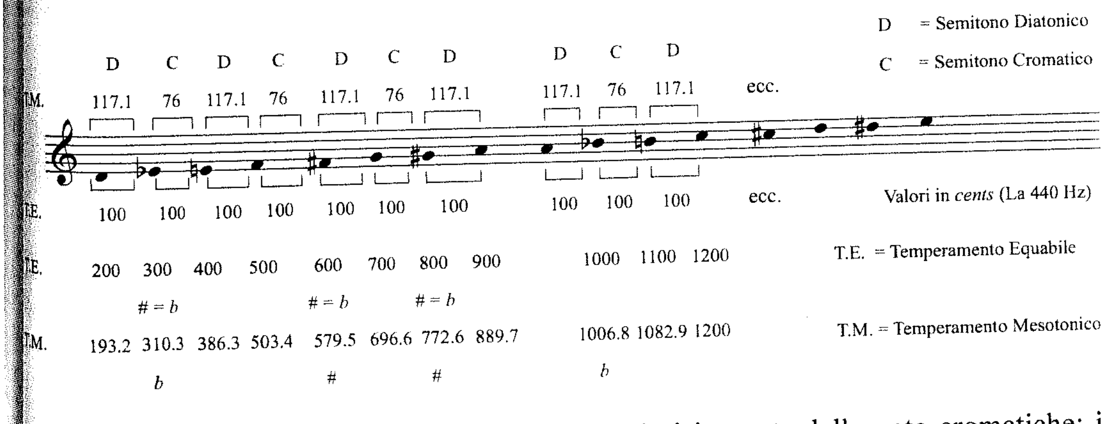
[50] Pierre-Yves Asselin, *Musique et tempérament* cit., pp. 75-78 (*Les tempéraments mésotoniques*), (commenti al *Capriccio cromatico* di Merula).

(maggiore) e semitono cromatico (minore). La differenza tra i due semitoni, ad esempio tra Re-Mi*b* e Mi*b*-Mi, è di 41 cent; ovvero di un quinto di tono. Il semitono maggiore non è infatti ½ ma 3/5 di tono, e 2/5 quello minore. Allo stesso modo la quarta diminuita, un altro intervallo assai in uso, non va certo confusa con la terza maggiore»[51].

Alla battuta 37 si può osservare «l'effetto brillante provocato dall'accordo di *si* sul 4° tempo; il Re# è un Mi*b* (più alto di un *comma enarmonico*); è una delle quattro terze inutilizzabili del sistema ma qui impiegata 'rapidamente'; l'equabile occulta completamente questi 'sapori' armonici così ben valorizzati dal mesotonico»[52].



Riportiamo qui di seguito la scala cromatica sulla quale sono stati indicati i valori in cents degli intervalli secondo il temperamento del 'tono medio' (T.M., sopra) e secondo il temperamento equabile (T.E., sotto).



Nell'esempio si possono inoltre osservare i valori in cents delle note cromatiche: il Mi*b* nel temperamento equabile è di 300 cents (e la stessa nota corrisponde anche a Re#) mentre nel 'tono medio' è più acuto (310.3 cents); il Mi è di 400 cents, corrispondente ad una terza 'larga' (il valore pitagorico è di 408), mentre nel temperamento antico è 386.3 cents.

---

[51] CHRISTOPHER STEMBRIDGE, *L'interpretazione delle opere per tastiera di Girolamo Frescobaldi. II: Strumenti, ambiti e accordatura, articolazione e diteggiatura*, in «Informazione Organistica», XX (2008), n. 2 [= n.s., n. 20], pp. 115-140: 128.

[52] PIERRE-YVES ASSELIN, *Musique et tempérament* cit., p. 158.

Oltre all'esecuzione del *Capriccio cromatico* di Merula proposta da Pierre-Yves Asselin con confronto inequabile/equabile di alcuni passi con relativo commento[53], segnaliamo in nota altre esecuzioni più recenti che utilizzano strumenti storici[54].

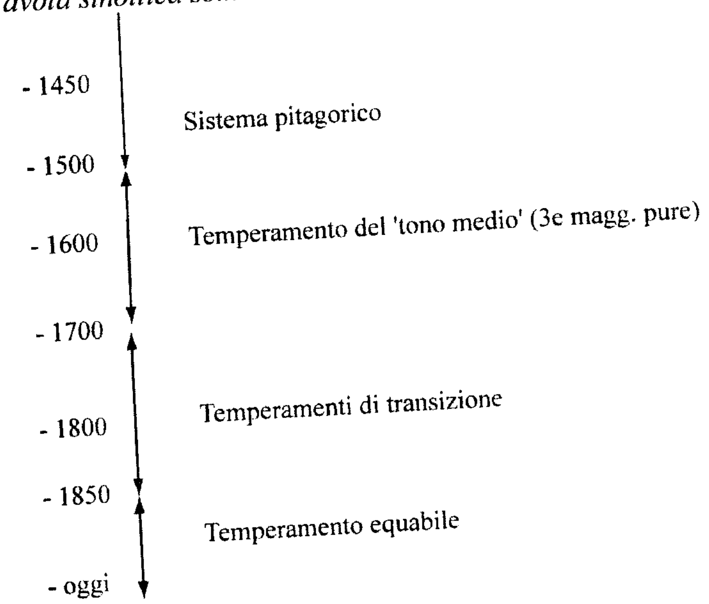
2. MICHELANGELO ROSSI, *Toccata VII* (da *Toccate e corenti* [sic], ca. 1634)[55]

Un altro esempio di cromatismo molto 'spinto' per l'epoca, si trova nella *Toccata VII* di Michelangelo Rossi (1602-1656), battute 58-61. Nel temperamento del 'tono medio' ciascun accordo ha un suo particolare 'colore'. Nella battuta 58, passaggio dal 3° al 4° tempo, «Rossi fa un grande uso di intervalli 'inutilizzabili' di questo temperamento per creare una tensione: la quarta diminuita Do#-Fa, immediatamente seguita dalla quinta aumentata Si*b*-Fa#»; 'tensioni' che nel temperamento l'equabile sono completamente annullate[56].

[53] *Ibidem*, audiocassetta 1, parte 1. Per lo strumento impiegato e la sua 'preparazione', si rinvia alla nota 23 del precedente capitolo su *La scala greca o pitagorica*, pp. 25-38.
[54] *Organa Antiqua Italica. Lombardia*, Hilversum, Radio Netherlands International, 1988 (CD KK 8905): brano n. 5, eseguito da Stef Tuinstra sull'organo Gian Giacomo Antegnati 1554-56 della chiesa di S. Maurizio a Milano (restauro-ricostruzione della ditta Mascioni, 1982).
[55] MICHELANGELO ROSSI, *Toccate e correnti, Roma ca. 1634*, a cura di Kenneth Gilbert, Padova, G. Zanibon, 1991, pp. 30-33: 33; facsimile: ID., *Toccate e corenti d'intavolatura d'organo e cimbalo, Roma 1657*, Firenze, S.P.E.S., 1982, pp. 20-23: 23.
[56] PIERRE-YVES ASSELIN, *Musique et tempérament* cit., pp. 170-171.

Oltre all'esecuzione cembalistica di Pierre-Yves Asselin[57], segnaliamo in nota altre esecuzioni più recenti[58].

Tavola sinottica sommaria dell'evoluzione dell'accordatura



[57] *Ibidem*, audiocassetta 2, parte 1; clavicembalo Ruckers-Dubois (1780), collezione Yannick Legaillard; temperamento mesotonico.

[58] Michelangelo Rossi, *Toccate e Correnti*, Francesco Cera cembalo e organo, 2 CD, Tactus 1997 (TC 601801, 601892): I, brano n. 1 (clavicembalo di Barthélémy Formentelli 1989, copia di Bartolomeo Cristofori, Firenze 1690 ca.); Id., *Toccatas and Correnti*, Sergio Vartolo harpsichord, Naxos 2005 (8.557321): brano n. 7 («performed on period instruments – A = 415 Hz»).