Louis Azzaroli
"il Canone infinito",
CLUEB

Capitolo 5

SISTEMI DI ACCORDATURA

Il problema della determinazione della scala ha significato soprattutto nel campo della musica strumentale e della musica vocale con accompagnamento strumentale; esso è direttamente collegato alla questione dell'*accordatura*, ossia dell'individuazione e della fissazione degli intervalli costitutivi di una scala[1]. Nei sistemi musicali in cui l'intervallo d'8^a è rappresentato dalla proporzione fissa 2/1, data la ripetitività dei suoni all'8^a superiore e/o inferiore, punto di partenza dell'accordatura è la ripartizione dell'intervallo di 8^a; tale ripartizione può effettuarsi secondo due sistemi diversi: 1. il *sistema partitivo* e 2. il *sistema divisivo*.

1. *Sistema partitivo*: si decide a priori il numero n di intervalli (tutti rappresentati dalla stessa proporzione x, o, come si dice, *equalizzati*) in cui ripartire l'8^a = 2/1; poiché la somma degli n intervalli deve essere uguale all'intervallo di 8^a, occorre che il prodotto delle n proporzioni x che rappresentano gli n intervalli sia uguale alla proporzione 2/1 che rappresenta l'intervallo di 8^a[2]. Dovrà essere allora

---

[1] Se dall'*accordatura* deriva la *frequenza relativa* dei suoni, la *frequenza assoluta* dipende dall'*intonazione*, ossia dalla fissazione di una frequenza generale di riferimento dalla quale partire per calcolare tutti i rapporti relativi. Questa è stabilita oggi nel la^3 = 440 Hz, ma v'è da dire che prima della risoluzione del Consiglio dei Ministri del Consiglio d'Europa (Toledo 1970), con la quale si fissò tale valore, il campione per l'intonazione – detto anche *diapason* dal nome del notissimo strumento che produce tale frequenza (una verga piegata a forchetta, talora dotata di risuonatore; cfr. Cap. 1) – non ebbe quasi mai, nel tempo e nei diversi luoghi e per i diversi generi musicali, un valore univoco: si passa ad es. dal la^3 = 466 Hz degli organi veneziani all'inizio del '700 ai 395 Hz dell'organo di Cambridge a metà del secolo, dai 425 Hz del Teatro dell'Opera di Parigi all'inizio dell'800 ai 457 Hz del pianoforte Stenway da concerto di New York verso la fine del secolo, e ad un'oscillazione media compresa fra 435 e 450 Hz nel '900 (cfr. P. Righini, *Lessico di acustica e tecnica musicale. Terminologia e commento musicologico*, Padova, Zanibon, 1980, p. 88 sgg.).

[2] Il calcolo delle proporzioni intervallari sottosta alle seguenti regole di base:
1. dato un intervallo a definito dalla proporzione y/x, per aggiungere ad a un intervallo b definito dalla proporzione y'/x' si moltiplica la proporzione y/x per la proporzione y'/x'; si ha quindi che

$$x^n = 2/1$$

da cui si ricava che la grandezza x dell'intervallo equalizzato che divide l'8ª in n parti è

$$x = 2^{1/n}$$

Nella *scala dodecafonica equalizzata*, che deriva dalla suddivisione dell'8ª in dodici intervalli equalizzati (è la scala privilegiata nell'ambito del *temperamento equabile*; cfr. oltre), la proporzione x che rappresenta ciascuno di tali intervalli (ossia il *semitono temperato*) è

$$x = 2^{1/12}$$

che corrisponde approssimativamente a 1,05946309[4].

2. *Sistema divisivo*: si decidono a priori le *tipologie* degli intervalli costituenti la scala (ossia le proporzioni che li definiscono; cfr. Cap. 4), che non risulterà pertanto equalizzata (a meno che, ovviamente, non si prescelga una sola tipologia intervallare, il che farebbe coincidere il *sistema divisivo* con il *sistema partitivo*, oppure non si ricavino le diverse tipologie intervallari da un'unica tipologia «generatrice», cui corrisponderebbe un *sistema partitivo indiretto*, come quello cui si ispira l'*accordatura pitagorica* (cfr. oltre), che fa derivare tutte le tipologie intervallari dall'intervallo di 5ª giusta = 3/2)[3].

Riassumendo, con l'applicazione del *sistema partitivo* si ottengono *scale equalizzate* nelle quali il numero degli intervalli è stabilito a priori e la loro tipologia è una pura conseguenza aritmetica, mentre con l'applicazione del *sistema divisivo* si ottengono *scale non equalizzate* nelle quali il punto di partenza è la scelta della tipologia degli intervalli costituenti.

L'applicazione del sistema partitivo e di quello divisivo possono dar luo-

---

$$a + b = (y/x) \cdot (y'/x')$$

2. viceversa, la sottrazione di un intervallo b da un intervallo a si effettua dividendo fra loro le proporzioni che definiscono i due intervalli; se $a = y/x$ e $b = y'/x'$ si ha allora che

$$a - b = (y/x) : (y'/x')$$

3. l'intervallo $b = y'/x'$ pari al doppio (triplo, ...) di un intervallo $a = y/x$ è dato dal quadrato (cubo, ...) della proporzione che definisce l'intervallo a:

$$b = y'/x' = 2a = (y/x)^2$$

4. viceversa, l'intervallo $b = y'/x'$ pari alla metà (un terzo, ...) di un intervallo $a = y/x$ è dato dalla radice quadrata (cubica, ...) della proporzione che definisce l'intervallo a:

$$b = y'/x' = a/2 = (y/x)^{1/2}$$

[3] P. Righini, *Lessico di acustica e tecnica musicale*, cit., p. 155 sgg.

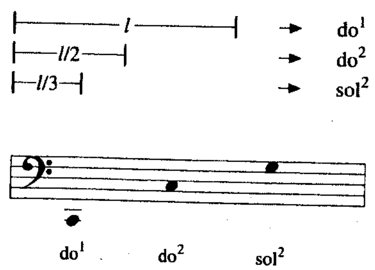
go ad un numero ipoteticamente infinito di scale, perché indefinitamente si possono variare sia il numero di intervalli equalizzati in cui dividere l'8ª, sia la tipologia degli intervalli costituenti la scala; in numero infinito possono quindi essere teoricamente i sistemi di accordatura. Nella pratica e soprattutto nella teoria musicale tale numero, per quanto ampio in relazione alla diversità delle culture musicali nel tempo e nello spazio, viene fortemente limitato da un lato dalla capacità dell'orecchio umano di percepire differenze intervallari inferiori ad una certa soglia (cfr. Cap. 1), dall'altro dalla tendenza «normalizzatrice» della teoria musicale, molto spesso anche troppo attiva nei confronti della ricchezza e della varietà prodotte dalle sperimentazioni più spinte e originali. In questa sede verranno descritti unicamente i principali sistemi di accordatura della cultura musicale occidentale dall'età della Grecia classica ad oggi.

Accordatura pitagorica

In questo tipo di accordatura, dominante nella musica occidentale fino al XV secolo, la misura degli intervalli costituenti la scala eptafonica viene stabilita sulla base delle proporzioni. Mediante l'impiego del *monocordo* (cfr. Cap. 1, Appendice), Pitagora (VI secolo a.C.) fu in grado di stabilire un numero notevole di intervalli. Il principio base per ottenere tali intervalli è di estrema semplicità, e si fonda sulla legge fisica di proporzionalità indiretta fra la lunghezza l della corda vibrante e la frequenza f del suono ottenuto (cfr. ancora Cap. 1):

$$f = k \cdot (1/l)$$

Se dunque da una corda vibrante di lunghezza l si ottiene il suono a di frequenza f, dalla metà della stessa corda ($l/2$) si ottiene – a parità di altre condizioni (stessa tensione, stessa pressione dell'aria, stesso procedimento di eccitazione della corda, ecc.) – il suono b di frequenza $2f$; dalla terza parte della corda ($l/3$) si ottiene il suono c di frequenza $3f$, e così via. Se ad es. $a = do^1$, allora $b = do^2$ (do^2 è l'*8ª superiore* di do^1) e $c = sol^2$ (sol^2 è la *12ª superiore* di do^1 – ossia l'*8ª sup.* della sua *5ª sup.*) (es. 5.1):

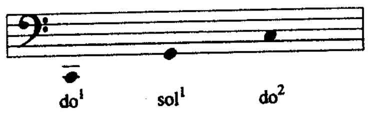


es. 5.1

Le proporzioni che definiscono l'8^a e la 12^a si ricavano dai rapporti tra le frequenze limite degli intervalli, che per quanto detto sopra sono date dalle proporzioni inverse delle rispettive lunghezze delle corde:

$$\text{ottava} = 8^a = b/a = 2f/f = 2/1$$
$$\text{dodicesima} = 12^a = c/a = 3f/f = 3/1$$

Poiché lungo la scala eptafonica gli intervalli si susseguono ripetendosi nello stesso ordine di ottava in ottava, per delineare le caratteristiche di tale scala è sufficiente identificarne gli intervalli all'interno di una sola ottava-tipo. Sia questa l'ottava *do*^{1}-*do*^{2}, dove *do*^{2} è l'*8ª superiore* di *do*^{1}. Per far rientrare nell'ottava-tipo il *sol*^{2} occorre trasportarlo all'8^a inferiore, ossia togliere un'8^a all'intervallo di 12^a *do*^{1}-*sol*^{2}; ne risulta il suono *sol*^{1}, che è compreso nell'8^a-tipo ed è la *5ª superiore* di *do*^{1} (es. 5.2):



es. 5.2

Il suono *sol*^{1}, che si trova all'8^a inferiore del suono *sol*^{2}, ha una frequenza pari alla metà di quella di *sol*^{2}, ossia $(3/2)f$, in quanto è come se fosse stato generato da una corda lunga $(2/3)l$, ossia il doppio di quella – pari a $(1/3)l$ – che aveva generato *sol*^{2}. Se ne deduce, in generale, che *spostamenti d'8ª di un suono verso l'acuto o verso il grave implicano rispettivamente il raddoppio o il dimezzamento della frequenza iniziale*: dato il suono *a* di frequenza *f*, la sua 8^a sup. dà un suono *b* di frequenza $2f$, e la sua 8^a inf. dà un suono *c* di frequenza $f/2$.

Per ottenere la proporzione che definisce l'intervallo di 5^a basta ora dividere la frequenza superiore per quella inferiore dell'intervallo; si ottiene:

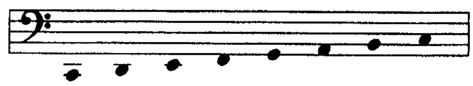
$$\text{quinta} = 5^a = [(3/2)f] : (f) = 3/2$$

È proprio sulla proporzione 3/2 che definisce la 5^a che Pitagora basa il suo sistema di accordatura per ricavare le proporzioni degli intervalli compresi nell'8^a-tipo. Il fatto che tutti gli intervalli siano ricavati da quest'unico intervallo-generatore – tradizionalmente chiamato *quinta pitagorica* o *quinta giusta* – fa sì che l'accordatura pitagorica non sia ascrivibile propriamente né al sistema partitivo (gli intervalli derivati non sono equalizzati), né al sistema divisivo (il punto di partenza non è la fissazione della misura di *tutti* gli intervalli della scala, ma solo dell'intervallo di 5^a): il sistema di ascendenza di questa accordatura è un sistema misto, che è stato definito *sistema partitivo indiretto* (cfr. sopra e n. 3).

Preso come punto di riferimento ad es. l'8^a *do*^{1}-*do*^{2} ritagliata all'interno della scala eptafonica e ricavata la 5^a *do*^{1}-*sol*^{1} = 3/2, in base all'accordatura pitagorica tutti gli altri intervalli compresi nell'8^a si ottengono per successive sovrapposizioni di 5^e e corrispondenti trasposizioni di 8^e. La catena di 5^e

pitagoriche dell'es. 5.3, ottenuta mediante sovrapposizione di quattro 5^e alla 5^a *do^1-sol^1* e sottoposizione di una 5^a al *do^1* per ottenere il *Fa*, si trasforma così – previa aggiunta del *do^2* a chiusura dell'ottava *do^1-do^2* e mediante trasposizione di un congruo numero di 8^e verso il grave dei suoni ottenuti precedentemente, nonché trasposizione di un'8^a verso l'acuto del *Fa* per ottenere il *fa^1* – nella scala eptafonica dell'es. 5.4, caratterizzata da intervalli accordati pitagoricamente.

es. 5.3



es. 5.4

Ricordando che la somma di intervalli si effettua moltiplicando fra loro le proporzioni che li definiscono, mentre la differenza si effettua dividendole, è facile ricavare gli intervalli accordati pitagoricamente che definiscono la scala eptafonica su indicata in rapporto al suono più grave dell'ottava di riferimento *do^1-do^2* (es. 5.5):

1. *do^1-do^1*	=	1/1	
2. *do^1-do^2*	= (1/1)×(2/1) =	2/1	(*diapason*)
3. *do^1-sol^1*	= (1/1)×(3/2) =	3/2	(*diapente*)
4. *do^1-fa^1*	= (1/1):(3/2)×(2/1) =	4/3	(*diatesseron*)
5. *do^1-re^1*	= (1/1)×(3/2)×(3/2):(2/1) =	9/8	(*tono*)
6. *do^1-la^1*	= (1/1)×(3/2)×(3/2)×(3/2):(2/1) =	27/16	
7. *do^1-mi^1*	= (1/1)×(3/2)×(3/2)×(3/2)×(3/2):(2/1):(2/1) =	81/64	(*ditono*)
8. *do^1-si^1*	= (1/1)×(3/2)×(3/2)×(3/2)×(3/2)×(3/2):(2/1):(2/1) =	243/128	

es. 5.5

Dall'esempio precedente si possono ricavare i rapporti intervallari fra tutte le coppie contigue di suoni compresi nell'ottava *do^1-do^2* (es. 5.6).

La cosiddetta «scala pitagorica», ossia la scala eptafonica accordata per 5^e pitagoriche corrispondente al «genere diatonico sintono» della teoria mu-

do^1-re^1	=	9/8	tono (T)
re^1-mi^1	= (81/64):(9/8) =	9/8	tono (T)
mi^1-fa^1	= (4/3):(81/64)	256/243	limma (L)
fa^1-sol^1	= (3/2):(4/3) =	9/8	tono (T)
sol^1-la^1	= (27/16):(3/2) =	9/8	tono (T)
la^1-si^1	= (243/128):(27/16) =	9/8	tono (T)
si^1-do^2	= (2/1):(243/128) =	256/243	limma (L)

es. 5.6

sicale greca (cfr. Cap. 4), è data dunque da una successione di intervalli schematizzabile nel modo seguente (es. 5.7):

... do	re	mi	fa	sol	la	si	do ...
9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243	
T	T	L	T	T	T	L	

es. 5.7

Comma pitagorico o ditonico

Fino a questo punto il calcolo delle proporzioni intervallari si è limitato all'insieme eptafonico *do re mi fa sol la si* derivato dalla successione di 5^e pitagoriche (= 3/2) *fa do sol re la mi si*; se si procede con l'addizione di intervalli di 5^a pitagorica oltre il *si* e la sottrazione al di sotto del *fa*, si ottengono suoni estranei a tale insieme: ***fab dob solb reb lab mib sib** ... **fa# do# sol# re# la# mi# si#***. Con il procedimento ormai noto di trasposizione d'8^a verso il grave o verso l'acuto, è possibile ricondurre all'interno dell'8^a-tipo do^1-do^2 l'intero insieme dei suoni – diatonici e non – accordati pitagoricamente; ordinati secondo una successione crescente di frequenze, i suoni si dispongono come nell'es. 5.8:

*DO **si# reb do#** RE **mib re# fab** MI FA **mi# solb fa#** SOL **lab sol#** LA **sib la# dob** SI DO*

N.B. Suoni diatonici della scala eptafonica = lettere maiuscole, suoni non diatonici = lettere minuscole.

es. 5.8

Si notano immediatamente alcune particolarità: ad es., il ***si#*** è più acuto del *DO*, il ***do#*** è più acuto del ***reb*** (così come il ***re#*** lo è del ***mib***, il ***fa#*** del ***solb***, il ***sol#*** del ***lab*** e il ***la#*** del ***sib***), il ***fab*** è più grave del *MI*, il ***mi#*** è più acuto del *FA*, il ***dob*** è più grave del *SI*.

Si osservi intanto che la dodicesima 5^a pitagorica sopra il do^1 è il $si\#^7$; la proporzione che definisce il $si\#^7$ rispetto al do^1 è $(3/2)^{12}$ = 531441/4096, mentre quella che definisce il do^8 rispetto al do^1 è $(2/1)^7$ = 128/1. Poiché il primo rapporto è maggiore del secondo, se ne deduce che il *si#*^{7} è più acuto del *do*^{8}; ciò significa che, in base al sistema per 5^e pitagoriche = 3/2, il «circolo delle quinte» (cfr. Cap. 4) non si richiude su se stesso, in quanto la dodicesima 5^a pitagorica superiore di un qualsiasi suono di riferimento è più acuta della settima 8^a superiore del medesimo suono (in generale, dato che la proporzione che esprime la 5^a pitagorica è 3/2, mentre quella che esprime l'8^a è 2/1, non vi può essere mai coincidenza fra multipli della 5^a pitagorica e multipli dell'8^a, stante l'impossibilità aritmetica di eguagliare una qualunque potenza di 2 con una qualunque potenza di 3/2; il punto di massima convergenza delle due serie di potenze si verifica proprio in concomitanza di $(3/2)^{12}$ e di $(2/1)^7$). La differenza tra i due intervalli *do*^{1}-*si#*^{7} e *do*^{1}-*do*^{8} è facilmente calcolabile: essa è data dal rapporto fra le due rispettive proporzioni, ossia (531441/4096):(128/1) = 531441/524288. Si tratta di una proporzione estremamente prossima al valore 1 (è all'incirca pari a 1,0136432 = ca. 23,5 *cents*), che esprime un intervallo vicino a 1/8 di tono temperato; per quanto piccola, tale differenza intervallare, detta *comma pitagorico* (o *comma ditonico*), è apprezzabile dall'orecchio umano, soprattutto nella fascia medio-acuta delle frequenze udibili. Da questo punto di vista, se si volesse accordare per 5^e pitagoriche uno strumento a suono fisso come ad es. l'organo, il clavicembalo o il pianoforte, sarebbe necessario un tasto per il *do* ed un altro per il *si#*.

Per calcolare la differenza fra ***reb*** e *do#* basterà impiegare lo stesso procedimento che ha portato a quantificare la differenza fra *do* e *si#*: la dodicesima 5^a pitagorica sopra il ***reb***^{1} è il *do#*^{7}, il cui rapporto con il ***reb***^{1} è dato da $(3/2)^{12}$ = 531441/4096, mentre la settima 8^a sopra il ***reb***^{1} è il ***reb***^{8}, il cui rapporto con il ***reb***^{1} è dato da $(2/1)^7$ = 128/1; la differenza tra i due suoni è dunque pari a 531441/524288, ossia il *do#* è più acuto del ***reb*** di un *comma pitagorico*.

A questo punto è banale osservare (cfr. es. 5.8) che la differenza di un *comma pitagorico* si riscontra anche fra le coppie di suoni ***mib***-*re#*, ***fab***-*MI*, *FA*-*mi#*, ***solb***-*fa#*, ***lab***-*sol#*, ***sib***-*la#*, ***dob***-*SI*, coppie in ciascuna delle quali il secondo suono è più acuto del primo di una quantità pari appunto a un *comma pitagorico*. Un'ipotetica tastiera «pitagorica» dovrebbe quindi avere 22 tasti per ogni ottava. In questa tastiera i suoni diesizzati risulterebbero tutti più acuti dei suoni adiacenti superiori bemollizzati di una quantità pari a un *comma pitagorico*.

Dal confronto fra gli ess. 5.7 e 5.8 si evince poi che, in base all'accordatura pitagorica, il tono (T) (ad es. *do-re*) è suddiviso in tre parti, di cui le due estreme (*do-**reb*** e *do#-re*), fra loro uguali, sono pari a un *limma* (L = 256/243 = 90 *cents*) e corrispondono alla 2^a *min. diatonica*, e quella centrale (***reb***-*do#*) è pari a un *comma pitagorico* (o *comma ditonico*) (CP = 531441/524288 = ca. 23,5 *cents*); l'intervallo che si ricava dalla somma del L e del CP è l'*apotome* (A = 2187/2048 = ca. 114 *cents*) (*do-do#* oppure *re-**reb***), che corrisponde alla 2^a *min. cromatica*; non risulta che venisse usata nella pratica musicale.

La successione degli intervalli della *scala pitagorica* è quindi schematizzabile nel modo seguente (es. 5.9):

DO reb do# RE *MI FA* *SOL* *LA* *SI DO*

T T L T T T L

L CP L L CP L L L CP L L CP L L CP L L

A A

es. 5.9

Comma sintonico o di Didimo

Ritorniamo ora per un momento al principio della suddivisione della corda vibrante esposto nelle pagine precedenti, dal quale si sono già ricavati i rapporti «puri» di $8^a = 2/1$ e di $5^a = 3/2$. Se da una corda vibrante di lunghezza l si ottiene il suono a di frequenza f, a parità di altre condizioni dalla quinta parte della stessa corda ($l/5$) si ottiene il suono d di frequenza $5f$. Se ad es. $a = do^1$ di frequenza $1f$, allora $d = mi^3$ di frequenza $5f$ (mi^3 è la 17^a *superiore* di do^1 – ossia la *doppia* 8^a *sup.* della sua 3^a *magg. sup.*); se ne evince che mi^1 è pari a $(5f):(4/1) = (5/4)f$, quindi l'intervallo di 3^a magg. do^1-mi^1 è dato da $(5/4)f{:}1f = 5/4$. Data la sua derivazione, *questa* 3^a magg. (5/4) si dice «naturale» o «pura»; essa era già nota in tale forma a Didimo (I secolo a.C.), e ancor prima di lui ad Archita di Taranto (V-IV sec. a.C.).

La 3^a magg. fornita dall'accordatura pitagorica – il *ditono* – è pari a $(3/2)^4:(4/1) = 81/64$; essa non corrisponde alla 3^a magg. pura $= 5/4$ data dalla suddivisione della corda, anzi la supera di una quantità pari a $(81/64):(5/4) = 81/80$; tale quantità viene detta *comma sintonico* o *di Didimo*. È un rapporto assai prossimo all'unità (1,0125, pari a ca. 21,5 *cents*, ossia meno di 1/8 di tono temperato), ma nella banda medio-acuta delle frequenze udibili è abbastanza ben percepibile dall'orecchio umano.

La perfetta consonanza della 3^a magg. pura data dal rapporto 5/4 e, da questo punto di vista, la sua superiorità rispetto alla 3^a magg. pitagorica data dal rapporto 81/64, erano già state avvertite in un'epoca in cui dominava pienamente l'accordatura pitagorica (fra gli altri, Walter Odington fra Duecento e Trecento, Bartolomeo Ramis de Pareja alla fine del Quattrocento); è però con Lodovico Fogliani all'inizio del Cinquecento, con Pietro Aaron e in particolare con Gioseffo Zarlino nella seconda metà del Cinquecento, che la 3^a magg. pura viene assunta ad emblema e chiave di volta del passaggio a un nuovo tipo di accordatura – l'accordatura «pura» –, che sostituirà abbastanza rapidamente quella pitagorica e pur con molte varianti e aggiustamenti sopravviverà fino all'età del temperamento equabile. Tra le ragioni di questo mutamento di fronte nel campo dell'accordatura, di questa girata di spalle ad un sistema che bene o male aveva retto per secoli e secoli, v'è senz'altro da annoverare il fatto che la maggiore «eufonia» della 3^a magg. pura rispetto a quella pitagorica rispondeva perfettamente alle esigenze (o almeno, come si vedrà, ad una parte delle esigenze) connesse al rinnovamento del linguaggio polifonico, che proprio in quegli anni, verso la metà del Cinquecento, viveva una delle sue stagioni più intense: il processo di progressiva emancipazione della triade come accordo autonomo, come verticalità intesa come presupposto e non come risultato del moto delle parti, e con esso la marcia inarrestabile verso la nascita della «moderna» armonia.

Accordatura pura

Si è osservato nel paragrafo precedente come, a parità di altre condizioni, la frequenza di un suono emesso sia inversamente proporzionale alla lunghezza del corpo vibrante che emette quel suono; se quale corpo vibrante si prende una corda tesa opportunamente e la si suddivide in segmenti sempre più piccoli, da ciascuno di questi si ottengono frequenze sempre più elevate. Fra i diversi tipi di suddivisione di una corda, quella che si basa sulla *serie armonica* 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6 ... ha trovato particolare fortuna nelle culture musicali dell'Occidente[4]. Pitagora ne sfruttò solo i primi quattro elementi (la *tetrachtis* pitagorica; cfr. Cap. 4, n. 2 e Cap. 6), ottenendo gli intervalli di unisono (1/1), 8ª (2/1), 5ª (3/2), 4ª (4/3). Didimo sfruttò anche l'elemento successivo della serie armonica, ottenendo la 3ª magg. «pura» o «naturale», che come è stato osservato è data dal rapporto 5/4. È proprio sulla proporzione 5/4 che si basa il sistema di accordatura per 3^{e} magg. pure – la cosiddetta *accordatura pura* o *naturale* – tipico del Rinascimento, ampiamente discusso, fra gli altri, da Zarlino.

Come si è accennato sopra, una delle ragioni che condussero all'adozione della 3ª magg. pura al posto di quella pitagorica risiede nella sensazione di maggiore eufonia che la prima produce rispetto alla seconda, un'eufonia tanto più desiderata e necessaria all'interno di un linguaggio musicale in fase di forte rinnovamento, che già a partire dall'inizio del Cinquecento aveva cominciato a vedere nell'accordo di tre suoni – e quindi anche nella 3ª e non più solo nella 5ª – uno degli assi portanti del sistema compositivo (cfr. Cap. 7). La perfetta consonanza di una triade maggiore sta in stretta relazione con quella della 3ª magg. che ne è parte costitutiva: una triade maggiore risuona come *consonanza perfetta* – ossia è intonata secondo l'accordatura pura – quando i suoi suoni costitutivi stanno fra loro nella serie di rapporti 4:5:6 (da cui la 5ª = 6/4 = 3/2, la 3ª magg. = 5/4 e la 3ª min. = 6/5), ossia quando essi sono accordati secondo le proporzioni che definiscono gli intervalli «puri»[5]; ad es., per quanto riguarda la triade *do-mi-sol*, affinché essa costituisca una consonanza perfetta occorre che, rispet-

---

[4] Come si ricorderà, tale serie è quella che regola i rapporti di frequenza dei *suoni armonici naturali* (cfr. Cap. 1).

[5] E. Blackwood, *The Structure of Recognizable Diatonic Tunings*, Princeton (NJ), Princeton University Press, p. 68. In maniera analoga una triade minore risuona come *consonanza perfetta* quando i suoi suoni costitutivi stanno fra loro nella serie di rapporti 10:12:15 (da cui la 5ª = 15/10 = 3/2, la 3ª min. = 12/10 = 6/5 e la 3ª magg. = 15/12 = 5/4).

to a *do* = 1/1, si abbia *sol* = 6/4 = 3/2 (dunque la 5ª pura coincide con la 5ª pitagorica) e *mi* = 5/4, da cui *do-mi* = 5/4 = 3ª magg. «pura», e *mi-sol* = 6/5 = 3ª min. «pura». Per definizione, si dice che una scala diatonica maggiore è intonata secondo l'*accordatura pura* quando sono intonate secondo tale accordatura le sue tre triadi principali[6] (cfr. Cap. 7); ad es., nel caso della scala di Do maggiore, questa si dice ad accordatura pura se sono «pure» (ossia regolate dal rapporto 4:5:6) le triadi *do-mi-sol*, *fa-la-do* e *sol-si-re*.

La minore ampiezza della 3ª magg. pura rispetto a quella pitagorica (come si è osservato, la prima è inferiore alla seconda di 1 *comma sintonico* = 81/80), fa sì che la sua adozione nell'intonazione della scala diatonica comporti alcune modificazioni sostanziali rispetto all'accordatura pitagorica. Fermi restando i rapporti di 8ª = 2/1, di 5ª = 3/2 e di 4ª = 4/3 rispetto al suono di riferimento della scala (rapporti che coincidono con quelli dati dall'accordatura pitagorica), tutti gli altri rapporti intervallari calcolati rispetto al suono di riferimento risultano modificati di 1 *comma sintonico* in più o in meno; gli intervalli che risultano più ampi si denominano «grandi», quelli che risultano più stretti si denominano «piccoli». Nella tabella seguente (es. 5.10) viene riportata una serie di intervalli relativi alla scala diatonica di Do magg. rispetto al suono di riferimento *do*; di tali intervalli vengono elencati sia i rapporti relativi all'accordatura pura che quelli dati dall'accordatura pitagorica, nonché la differenza dei primi rispetto ai secondi in termini di commi sintonici (CS):

			acc. pura	acc. pitag.	diff. CS
do-mi	=	3ª magg. pura	5/4	81/64	–1
do-fa	=	4ª pura/giusta	4/3	4/3	0
do-sol	=	5ª pura/giusta	3/2	3/2	0
do-la	=	6ª magg. «piccola» [= (4/3).(5/4)]	5/3	27/16	–1
do-si	=	7ª magg. «grande» [= (3/2).(5/4)]	15/8	243/128	–1
do-do'	=	8ª pura/giusta	2/1	2/1	0

es. 5.10

N.B. I nomi impiegati per questi intervalli in epoca rinascimentale sono quelli delle *proportiones* corrispondenti (cfr. Cap. 2): ad es. *sesquiquarta* (5/4), *sesquitertia* (4/3), *sesquialtera* (3/2), *superbipartientetertia* (5/3), *dupla* (2/1).

Poiché per la definizione data sopra una triade maggiore deve corrispondere ai rapporti 4:5:6 per avere un'intonazione pura e fornire così una consonanza perfetta, ne risulta che nella scala diatonica «pura» di *do* il *re* è dato dal rapporto 9/8; infatti se alla triade pura *do-mi-sol* = 4:5:6 si sovrappone la triade pura *sol-si-re'* = 4:5:6, si ottiene *re'* = (6/4).(6/4) = 36/16 = 9/4,

[6] *Ibid.*

da cui *re* = (9/4):(2/1) = 9/8, rapporto che coincide con quello dato dall'accordatura pitagorica. All'elenco dell'es. 5.10 va quindi aggiunto quest'ultimo rapporto, che completa tutti quelli possibili nella scala diatonica di Do maggiore rispetto al suono di riferimento *do* (es. 5.11):

		acc. pura	acc. pitag.	diff. CS
do-re	= 2ª magg. «grande» = tono «grande»	9/8	9/8	0

es. 5.11

La modificazione prodotta dall'accordatura pura investe però anche i rapporti intervallari «interni» alla scala. Osserviamo dapprima gli intervalli di 2ª magg.: rispetto alla scala diatonica di Do magg., poiché *do-re* = 9/8, data la 3ª magg. pura *do-mi* = 5/4, risulta forzatamente *re-mi* = (5/4):(9/8) = 10/9; il che significa che la 3ª magg. pura *do-mi* è suddivisa nei due toni di diversa grandezza *do-re* (tono «grande») e *re-mi* (tono «piccolo» = 2ª magg. «piccola»); la loro differenza è pari a (9/8):(10/9) = 81/80 = 1 *comma sintonico*. Ciò vale evidentemente anche per le altre due 3ᵉ magg. pure presenti nella scala diatonica di Do magg., ossia *fa-la* e *sol-si*; si ha perciò complessivamente (es. 5.12a):

		acc. pura	acc. pitag.	diff. CS
do-re	= tono «grande»	9/8	9/8	0
re-mi	= tono «piccolo» [= (5/4):(9/8)]	10/9	9/8	–1
fa-sol	= tono «grande» [= (3/2):(4/3)]	9/8	9/8	0
sol-la	= tono «piccolo» [=(5/4):(9/8)]	10/9	9/8	–1
la-si	= tono «grande» [=(5/4):(10/9)]	9/8	9/8	0

es. 5.12a

La presenza all'interno della scala diatonica pura di due diversi tipi di tono è quindi una conseguenza diretta dell'adozione della 3ª magg. pura = 5/4 al posto della 3ª magg. pitagorica = 81/64, che è più ampia della precedente di 1 CS e risulta ripartita invece in due toni di eguale grandezza pari a 9/8.

Osserviamo ora gli intervalli di 2ª min. diatonica, ossia i semitoni diatonici; ancora rispetto alla scala diatonica di *do* si ha (es. 5.12b):

		acc. pura	acc. pitag.	diff. CS
mi-fa	= 2ª min. diatonica «piccola» [= (4/3):(5/4)]	16/15	256/243	+1
si-do	= 2ª min. diatonica «piccola» [= (4/3):(5/4)]	16/15	256/243	+1

es. 5.12b

Entrambi gli intervalli risultano essere 1 CS più grandi della 2ª min. pitagorica = 256/243 (infatti (16/15):(256/243) = 81/80). Anche questa è una diretta conseguenza dell'adozione della 3ª magg. pura = 5/4: infatti, fermo restando il rapporto di 4ª = 4/3, essendo la 3ª magg. pura più piccola di 1 CS della 3ª magg. pitagorica, la 2ª mim. differenziale (ossia il «semitono diatonico piccolo») è forzatamente più grande di 1 CS di quella pitagorica. Ne consegue che, rispetto all'accordatura pitagorica, nella scala di *do* intonata secondo l'accordatura pura il *si* è più distante dal *do* e il *mi* è più lontano dal *fa*, anche se di poco; poiché però questa differenza, benché piccola, si ripresenta in generale in concomitanza di ogni 2ª min. diatonica piccola, non è escluso che essa non abbia avuto conseguenze sul senso di «attrazione» semitonale che caratterizza le cadenze, e credo dovrebbe costituire un elemento di riflessione nell'analisi dei processi compositivi delle opere di quest'epoca della storia della musica, il cui riferimento sonoro era l'accordatura pura.

È possibile ora ricavare lo schema seguente, che riproduce la cosiddetta «scala dei rapporti semplici»[7], o «scala zarliniana», o anche, seppure erroneamente, «scala naturale»[8] (es. 5.13):

do *re* *mi* *fa* *sol* *la* *si* *do*
9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 9/8 16/15
TG Tp Sdp TG Tp TG Sdp

es. 5.13

N.B. TG = tono «grande», Tp = tono «piccolo», Sdp = semitono diatonico piccolo (ossia seconda minore diatonica piccola). I nomi impiegati in epoca rinascimentale per questi intervalli sono, nell'ordine: *sesquiottava* (9/8), *sesquinona* (10/9), *sesquidecimaquinta* (16/15).

L'es. 5.13 evidenzia come la presenza di due diversi tipi di tono nel sistema di accordatura per 3e maggiori pure faccia sì che nella scala diatonica maggiore (così come in quella minore) tutti gli intervalli – ad eccezione di unisono, 8ª, 3ª magg., 6ª min., 2ª min. diatonica «piccola» e 7ª magg. «grande» – si presentino in due forme diverse, a seconda del numero di toni grandi e toni piccoli di cui constano; la differenza fra i due «tagli» dell'intervallo risulta sempre pari a 1 CS. Tale differenza corrisponde anche a quella esistente rispetto all'accordatura pitagorica dei medesimi intervalli. In particolare, nell'ambito della scala diatonica di Do magg. si ha (es. 5.14; tra parentesi la differenza in CS rispetto all'accordatura pitagorica):

---

[7] Questi rapporti, detti «semplici» per affinità con il concetto aritmetico e geometrico di rapporto semplice, indicano non solo la semplicità dei rapporti frazionari relativi alle consonanze su cui si fonda questo tipo di accordatura, ma anche la semplicità dei rapporti tra le frazioni stesse.

[8] Quest'ultima nomenclatura è palesemente errata, in quanto la scoperta degli armonici naturali è posteriore all'epoca di Zarlino – cfr. oltre.

	acc. pura	acc. pitag.	diff. CS
a. Intervalli di 5ª:			
do-sol = *mi-si* = *fa-do* = *sol-re* = *la-mi* = 2TG + 1Tp + 1Sdp	= 3/2 = 5ª giusta	3/2	0
re-la = 1TG + 2Tp + 1Sdp	= 40/27 = 5ª «piccola»	3/2	–1
b. Intervalli di 4ª:			
do-fa = *re-sol* = *mi-la* = *sol-do* = *si-mi* = 1TG + 1Tp + 1Sdp	= 4/3 = 4ª giusta	4/3	0
la-re = 2TG + 1Sdp	= 27/20 = 4ª «grande»	4/3	+1
c. Intervalli di 3ª magg. pura:			
do-mi = *fa-la* = *sol-si*	= 5/4	81/64	–1
d. Intervalli di 3ª min.:			
re-fa = 1Tp + 1Sdp	= 32/27 = 3ª min. «piccola»	32/27	0
mi-sol = *la-do* = *si-re* = 1TG + 1Sdp	= 6/5 = 3ª min. «grande»	32/27	+1[9]
e. Intervalli di 6ª magg.:			
do-la = *re-si* = *sol-mi* = 2TG + 2Tp + 1Sdp	= 5/3 = 6ª magg. «piccola»	27/16	–1
fa-re = 3TG + 1Tp + 1Sdp	= 27/16 = 6ª magg. «grande»	27/16	0
f. Intervalli di 6ª min. pura:			
mi-do = *la-fa* = *si-sol* = 2TG + 1Tp + 1Sdt	= 8/5	128/81	+1
g. Intervalli di 7ª magg.:			
do-si = *fa-mi'* = 3TG + 2Tp + 1Sdp	= 15/8 = 7ª magg. «grande»	243/128	–1
h. Intervalli di 7ª min.:			
re-do' = *sol-fa'* = *si-la'* = 2TG + 2Tp + 2Sdp	= 16/9 = 7ª min. «piccola»	16/9	0
mi-re' = *la-sol'* = 3TG + 1Tp + 2Sdp	= 9/5 = 7ª min. «grande»	16/9	+1

es. 5.14

Per quanto riguarda i suoni non diatonici, vi è da osservare che nell'accordatura pura il valore dell'alterzione cromatica ascendente (*diesis*) è uguale a quello dell'alterazione cromatica discendente (*bemolle*) ed è pari a 25/24 (*semitono cromatico – sesquivigesimaquarta*), ossia ca. 70,5 *cents*, poco meno di 3/4 di semitono temperato; essa corrisponde alla differenza fra la 3ª magg. pura e la 3ª min. «grande» (infatti (5/4):(6/5) = 25/24). Poiché però l'accordatura pura prevede il tono «grande» e il tono «piccolo», l'intervallo differenziale dell'alterazione cromatica, la *2ª min. diatonica* ovvero *semitono diatonico*, è *«grande»* (27/25 – *superbipartientevigesimaquinta* = ca. 133 *cents*, meno di 3/4 di tono temperato) o *«piccolo»* (16/15 – *sesquidecimaquinta* = ca. 112 *cents*, più di un semitono temperato) a seconda che venga implicato l'uno o l'altro dei due toni.

Nel caso del *diesis*, dato ad es. il tono «grande» *do-re* si ha:

do-do# = 25/24 = semitono cromatico
do#-re = (9/8):(25/24) = 27/25 = semitono diatonico «grande»;

dato invece il tono «piccolo» *re-mi* si ha:

[9] Le tre 3ᵉ min. «grandi» = 6/5 risultano più ampie di 1 CS della 3ª min. «piccola» = 3ª min. pitagorica = 32/27, anche per il fatto che esse sono intervalli differenziali della 3ª magg. pura = 5/4 rispetto alla 5ª = 3/2 (infatti (3/2):(5/4) = 6/5).

re-re# = 25/24 = semitono cromatico
re#-mi = (10/9):(25/24) = 16/15 = semitono diatonico «piccolo».

Nel caso del *bemolle*, dato ad es. il tono «grande» *do-re* si ha:

re-reb = 25/24 = semitono cromatico
reb-do = (9:8):(25/24) = 27/25 = semitono diatonico «grande»;

dato invece il tono «piccolo» *re-mi* si ha:

mi-mib = 25/24 = semitono cromatico
mib-re = (10/9):(25/24) = 16/15 = semitono diatonico «piccolo».

Da questi esempi si evince che nell'accordatura pura:

1. il tono «grande» è diviso nei due semitoni 25/24 = semitono cromatico e 27/25 = semitono diatonico «grande», mentre il tono «piccolo» è diviso nei due semitoni 25/24 = semitono cromatico e 16/15 = semitono diatonico «piccolo»;

2. la differenza fra il semitono diatonico «grande» e il semitono diatonico «piccolo» è pari a (27/25):(16/15) = 81/80 = 1 CS;

3. all'interno del tono «grande» la differenza fra il semitono diatonico «grande» (ad es. *do-reb*) e il semitono cromatico (ad es. *do-do#*) è pari a (27/25):(25/24) = 648/625 = ca. 63 *cents*, meno di 3/4 di semitono temperato; il che è come dire che all'interno del tono «grande» *il suono diesizzato* (ad es. *do#*) *risulta più grave del suono successivo bemollizzato* (*reb*) di un valore pari a 648/625. Tale differenza, abbastanza consistente in quanto poco più piccola del semitono cromatico, nella pratica musicale rende acusticamente intollerabile nell'ambito del tono «grande» l'utilizzo di un suono diesizzato al posto di quello successivo bemollizzato (vale a dire, ad es., lo scambio tra *do#* e *reb*, tra *fa#* e *solb*, tra *la#* e *sib*). Infatti entro il tono «grande» la differenza fra il *#* e il ***b*** è così sensibile – essa è pari alla somma di un *comma* e di un *comma diesis* (cfr. oltre) –, che dal punto di vista delle 2ᵉ min. cromatiche il tono «grande» risulta sostanzialmente diviso in tre parti quasi uguali: ad es., per andare da *do* a *re* si ha un primo passo per arrivare a *do#* (25/24 = ca. 70,5 *cents*), poi un passo appena leggermente più piccolo per arrivare a *reb* (648/625 = ca. 63 *cents*), ed infine un passo uguale al primo per arrivare a *re* (25/24 = ca. 70,5 *cents*); non è difficile immaginare quali problemi ponesse questo fatto nell'esecuzione su strumenti a suono fisso e a quali limitazioni fosse sottoposta la stessa pratica compositiva;

4. all'interno del tono «piccolo» la differenza fra il semitono diatonico «piccolo» (ad es. *re-mib*) e il semitono cromatico (ad es. *re-re#*) è pari a (16/15):(25/24) = 128/125 = ca. 41 *cents*, un po' meno di 1/4 di tono temperato; il che è come dire che all'interno del tono «piccolo» *il suono diesizzato* (ad es. *re#*) *risulta più grave del suono successivo bemollizzato* (*mib*) di un valore pari a 128/125. Tale rapporto – differenza tra il semitono diatonico piccolo e il semitono cromatico – viene detto *comma diesis* (cd), da non confondere con il *diesis* coincidente con l'alterazione cromatica indicata con il simbolo *#*, che produce invece il semitono cromatico[10]. Anche all'interno del tono «piccolo» si avverte quindi una certa differenza fra il suono diesizzato e quello successivo bemollizzato; per quanto meno sensibile di quella osservata all'interno del tono «grande», tale differenza rende tuttavia acusticamente abbastanza problematico nella pratica musicale l'utilizzo di un suono diesizzato al posto di quello successivo bemollizzato (vale a dire, ad es., lo scambio tra *re#* e *mib*, oppure tra *sol#* e *lab*). Infatti anche il tono «piccolo» risulta sostanzialmente diviso in tre parti distinte: ad es. per andare da *re* a *mi* si ha un primo passo per arrivare a *re#* (25/24 = ca. 70,5 *cents*), poi un passo un po' più grande della metà del precedente per arrivare a *mib* (128/125 = ca. 41 *cents*), ed infine un passo uguale al primo per arrivare a *mi* (25/24 = ca. 70,5 *cents*).

Per riassumere le caratteristiche dell'accordatura pura osservate finora rileviamo che:

1. in ambito esclusivamente diatonico tutti gli intervalli, ad eccezione di 1^a, 8^a, 3^a magg., 6^a min., 2^a min. diatonica «piccola» e 7^a magg. «grande», hanno due «tagli» differenti (la differenza è pari a 1 CS = 81/80);

2. laddove fra suoni diatonici a distanza di tono intervengano suoni alterati, *diesis* e *bemolli* non coincidono, e all'interno del tono il *diesis* è più grave del *bemolle*[11] (il contrario avviene però fra due suoni diatonici a distanza di semitono diatonico piccolo = 16/15, ossia fra 3° e 4° suono della scala diatonica, e fra 7° e 8°: all'interno di tale intervallo il *diesis* risulta più acuto del *bemolle*[12]; cfr. ess. 5.15a-b);

3. 5^e pitagoriche e 3^e maggiori pure non sono fra loro compatibili; l'incompatibilità si riscontra nella differenza di intonazione fra la doppia 8^a sup.

---

[10] Si noti che il *comma diesis*, così come altri tipi di commi, è ricavabile anche dalla differenza tra l'8^a e la somma di tre 3^e magg. pure, e che il comma cambia a seconda del numero delle 3^e magg. pure e/o pitagoriche implicate:
1. l'8^a eccede la somma di tre 3^e magg. pure di un *comma diesis* (cd) = $(2/1):[(5/4)]^3$ = 128/125 = 1,024 = ca. 41 *cents*;
2. l'8^a eccede la somma di due 3^e magg. pure e una 3^a magg. pitagorica di un *diaschisma* (d) = $(2/1):[(5/4)]^2:(81/64)$ = 2048/2025 = ca. 1,011 = ca. 19,5 *cents*;
3. la somma di due 3^e magg. pitagoriche e una 3^a magg. pura eccede l'8^a di uno *schisma* (s) = $[(81/64)]^2.(5/4):(2/1)$ = 32805/32768 = ca. 1,001 = ca. 2 *cents*;
4. la somma di tre 3^e magg. pitagoriche eccede l'8^a di un *comma pitagorico* = $(81/64)^3:(2/1)$ = (531441/262144):(2/1) = 531441/524288 = 1 CP = ca. 1,0136 = ca. 23,5 *cents*.
Ricordando che la 3^a magg. pitagorica eccede la 3^a magg. pura di un *comma sintonico* (infatti, come è ormai noto, (81/64):(5/4) = 81/80 = 1 CS = 1,0125 = ca. 21,5 *cents*), si ricava che:
1. 1 s + 1 d = 1 CS;
2. 1 CS + 1 s = 1 CP;
3. 1 CS + 1 d = 1 cd = differenza fra 2^a min. diatonica «piccola» e semitono cromatico;
4. 1 CS + 1 cd = differenza fra 2^a min. diatonica «grande» e semitono cromatico.

[11] Come si è osservato nel paragrafo precedente, nell'accordatura pitagorica invece il *bemolle* risulta più grave del *diesis* di una quantità pari a un comma pitagorico.

[12] Ad es., tra *mi* e *fa* avviene quanto segue: *mi-mi#* = 25/24, *mi-fab* = 128/125, per cui *mi#* risulta più acuto di *fab* di una quantità pari a (25/24):(128/125) = 3125/3072 = ca. 30 *cents*.

della 3ª magg. pura di un suono dato e la quarta 5ª sup. dello stesso suono. Dato ad es. il *do*[1] di frequenza *f*, il *mi*[3] ottenuto come doppia 8ª sup. del rapporto «armonico» di 3ª magg. = 5/4 ha frequenza $(5/4).(2)^2.f = 5f$; il *mi*[3] *ottenuto invece come quarta 5ª sup. del do*[1] ha frequenza $(3/2)^4.f = (81/16)f$. La differenza intervallare tra i due *mi*[3] è pari a (81/16):5 = 81/80, che è l'ormai noto *comma sintonico* o *comma di Didimo*[13].

Ecco una rappresentazione schematica della prima parte dell'8ª accordata per 3ᵉ pure, con l'indicazione dei rapporti intervallari espressi in termini frazionari all'interno del tono «grande», del «tono piccolo» e del semitono diatonico «piccolo»[14] (es. 5.15a):

```
           |----27/25----|  |---16/15---|
   |---27/25---|      |---16/15--|   |---------16/15---------|
   DO  do#    reb    RE  re#  mib  MI      fab   mi#      FA...
   |-25/24-|    |-25/24-||-25/24-||-25/24-||-----25/24-----|
                                            |-----25/24------|
        |-648/625-|       |-128/125-|  |-128/125-|  |--128/125--|
                                            |-3125/3072-|
```

es. 5.15a

Ed ora lo stesso schema, ma con i rapporti intervallari espressi in termini (approssimati) di *cents* (es. 5.15b):

```
          |----133----|   |---112---|
   |---133---|   |----112----|   |-------112-------|
   DO  do#  reb   RE   re#  mib   MI   fab  mi#   FA...
   |--70,5--| |-70,5-||-70,5-|  |-70,5-||---70,5---|
                                      |----70,5----|
       |--63--|        |--41--|  |--41--|   |--41--|
                                      |--30--|
```

es. 5.15b

[13] Come si ricorderà, nel paragrafo precedente si è osservato che nell'accordatura pitagorica vi è incompatibilità fra 8ᵉ = 2/1 e 5ᵉ = 3/2; più precisamente, si è constatato che la dodicesima 5ª sup. di un suono dato è più acuta della settima 8ª sup. dello stesso suono di un valore pari a un *comma pitagorico* o *comma ditonico* = 531441/524288. La differenza tra il *comma pitagorico* e il *comma sintonico* – pari a (531441/524288):(81/80) = 32805/32768 = ca. 2 *cents* – è detta *schisma* (che è ricavabile anche come indicato nella n. 10); si tratta di una differenza intervallare non distinguibile dall'orecchio umano, ma che ha avuto una qualche considerazione nell'ambito delle sperimentazioni rinascimentali sulle accordature.

[14] Nella seconda parte dell'8ª si ritrovano gli stessi rapporti all'interno dei due toni «grandi», del tono «piccolo» e della seconda minore diatonica «piccola».

Tutto questo comporta problemi di notevole rilevanza qualora si utilizzino, secondo il sistema dell'accordatura pura, strumenti a suono fisso (ad es. organi, cembali, spinette).

Intanto vi è l'impossibilità di ottenere, anche nell'ambito di un impianto modale rigorosamente diatonico, triadi tutte ugualmente «pure»: ad es., nel sistema diatonico eptafonico *do-re-mi-fa-sol-la-si* la triade *re-fa-la* non è «pura» perché, essendo *re-la* una 5ª «piccola» e *re-fa* una 3ª min. «piccola», i suoi suoni costitutivi non stanno fra loro nella serie di rapporti 10:12:15 (cfr. n. 5).

Le cose poi si complicano non appena intervengano suoni estranei a quel sistema eptafonico, o più precisamente nel caso in cui debbano convivere in uno stesso brano musicale più sistemi diatonici eptafonici riferiti a suoni diversi. Se ad es. accanto ad una successione basata sul *do* se ne presenta una analoga basata sul *re*, la convivenza deve avvenire fra le due seguenti successioni intervallari (es. 5.16):

1. *do* *re* *mi* *fa* *sol* *la* *si* *do*
   9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 9/8 16/15

2. *re* *mi* *fa#* *sol* *la* *si* *do#* *re*
   9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 9/8 16/15

es. 5.16

Dal confronto fra le due successioni si ricava facilmente, ad es., che l'intervallo *re-la* nella successione 1. è una 5ª «piccola» = 40/27, mentre nella successione 2. è una 5ª «grande» = 3/2; inoltre, l'intervallo *mi-si* nella successione 1. è una 5ª «grande» = 3/2, mentre nella successione 2. è una 5ª «piccola» = 40/27; ancora, l'intervallo *mi-sol* nella successione 1. è una 3ª min. «grande» = 6/5, mentre nella successione 2. è una 3ª min. «piccola» = 32/27; infine l'intervallo *re-mi* nella successione 1. è un tono «piccolo» = 10/9, mentre nella succesione 2. è un tono «grande» = 9/8. Per soddisfare le esigenze connesse alla convivenza dei due citati insiemi eptafonici (che, si noti, si differenziano solo per due suoni – *fa#* e *do#*), uno strumento a tastiera accordato per terze «pure» dovrebbe quindi possedere, solo per quanto riguarda i suoni diatonici, quattro *tasti spezzati*, ossia due tasti diversi per ciascuno dei suoni *mi*, *sol*, *la*, *si*.

Le cose peggiorano se si prendono poi in considerazione anche i suoni alterati.

Si pensi al caso del *fa#* e del *do#*: rispetto alla scala di *do* il *fa#* e il *do#* sono 2ᵉ min. cromatiche, per cui (tenendo presente che *re-fa* è una 3ª min. «piccola» = 32/27 e che invece *la-do* è una 3ª min. «grande» = 6/5), si ha *re-fa#* = (32/27).(25/24) = 100/81 = 3ª magg. «piccola» e *la-do#* = (6/5).(25/24) = 5/4 = 3ª magg. pura, che è più «larga» della precedente di 1 CS (infatti (5/4):(100/81) = (5/4).(81/100) = 81/80 = 1 CS); rispetto invece alla scala di *re*, per quanto osservato precedentemente sia *re-fa#* che *la-do#*

devono essere 3^e magg. pure = 5/4[15]. Ciò significa che mentre il *do#* risulta compatibile con entrambe le scale, occorrono due diversi *fa#* per rispondere alle diverse esigenze della scala di *do* e di quella di *re*. E a questo proposito si noti che la medesima triade *re-fa#-la* suona in due modi diversi rispetto alla scala di *do* e a quella di *re*: solo nel secondo caso infatti la triade risuona del tutto eufonicamente, in quanto solo nel secondo caso i suoni costitutivi stanno fra loro nei rapporti 4:5:6 dando origine così a una triade «pura».

È facile intuire a quali complicazioni si giunga laddove si voglia utilizzare per l'accordatura degli strumenti a suono fisso il sistema basato sulla 3^a magg. pura in brani dove si presentino uno o più suoni non diatonici o dove coesistano due, tre o più insiemi eptafonici: se si vuole evitare la moltiplicazione dei tasti, è necessario far sì che in uno stesso brano musicale conviva un numero minimo di insiemi eptafonici diversi, o, in altre parole, che l'insieme eptafonico di base venga «violato» da un numero estremamente limitato di suoni «estranei». Questo però contrasta con quella rapida trasformazione della sensibilità e del linguaggio che attraversa tutto il Cinquecento e che prepara quella marcia inarrestabile verso la «moderna» tonalità, i cui primi vagiti cominciano a sentirsi già sul finire del secolo: la tendenza infatti non è in quegli anni quella di limitare il numero di suoni non diatonici che possono entrare in gioco o di ridurre le combinazioni di insiemi eptafonici, ma al contrario quella di abbattere le barriere fra «diatonico» e «non diatonico» imposte dall'accordatura pura, di mitigare, di «temperare» talune differenze intervallari, al fine di soddisfare l'esigenza di strutturare il discorso musicale entro uno spazio sonoro «aperto», capace di garantire sul piano dell'intonazione il miglior grado possibile di attendibilità nel maggior numero possibile dei suoi punti, anche in quelli più lontani dal «centro».

Accordatura mesotonica

A meno di non ricorrere a quegli strumenti cosiddetti «cromatici» (organi e soprattutto clavicembali) dotati di tasti spezzati per differenziare i *#* dai ***b*** e che, nonostante le grandi difficoltà imposte alla pratica esecutiva, riscossero un certo successo nella seconda metà del Cinquecento[16], e nel contempo

[15] L'impiego dei suoni alterati nell'ambito dell'accordatura pura fa allora sì che *tutti gli intervalli tranne l'unisono, l'8^a e il semitono cromatico* possano comparire in due «tagli» diversi; l'elenco degli intervalli fornito a commento degli esempi 5.12a-b e 5.14 va dunque integrato con la 2^a min. diatonica «grande» = 27/25, la 3^a magg. «piccola» = 100/81, la 6^a min. «grande» = 81/50, la 7^a magg. «piccola» = 50/27, nonché con tutti gli intervalli eccedenti e diminuiti.

[16] Ad es. l'archicembalo e l'arciorgano ideati da Nicola Vicentino (in realtà per permettere l'esecuzione di musiche che si ispiravano ai generi diatonico, cromatico ed enarmonico della Grecia classica), l'archicembalo progettato da Zarlino, ed altri strumenti del genere che circolarono in area napoletana fino ai tempi di Trabaci e Majone e anche in area tedesca.

per non rinunciare a quella 3ª magg. naturale che era stata la chiave di volta del passaggio dall'accordatura pitagorica all'accordatura pura, occorreva «correggere» le imperfezioni che da essa derivavano.

La prima e la più gravida di conseguenze era, come si è visto precedentemente, la presenza di due toni diversi: il tono «grande» = 9/8 e il tono «piccolo» = 10/9; si trattava perciò di «aggiustare» l'intonazione per ricondurre il tono ad un unico «taglio» ed eliminare così una delle conseguenze più fastidiose della duplice natura del tono, ossia la presenza di una 5ª «piccola» in corrispondenza del 2° suono della scala diatonica.

L'«aggiustamento» – ovvero l'eliminazione – del duplice «taglio» dell'intervallo di tono, ossia quello che si dice il «temperamento» del tono, porta ad ottenere un intervallo che «media» fra i due precedenti, vale a dire un «tono medio»; da qui il nome di *temperamento mesotonico* o del *tono medio* (ingl. *meantone tuning*, ted. *mitteltönige Temperatur*) per un tale sistema di accordatura.

Vediamo l'operazione necessaria per effettuare tale temperamento. Come osservato in precedenza, la 3ª magg. ottenuta come quarta 5ª pitagorica sup. di un suono dato (= 81/16) è più acuta di 1 CS = 81/80 della doppia 8ª sup. della 3ª magg. pura dello stesso suono di riferimento (= 5/1); nell'accordatura pura la 5ª che «paga» questa differenza è quella costruita sul 2° suono della scala diatonica maggiore.

Il temperamento mesotonico consiste nel distribuire equamente il comma sintonico fra le quattro 5ᵉ pitagoriche implicate, rimpicciolendole, ossia «temperandole» ciascuna di 1/4 di comma sintonico: si ottengono così, al posto di tre 5ᵉ pitagoriche e una 5ª «piccola», quattro 5ᵉ *mesotoniche* la cui «somma» dà – a parte le due 8ᵉ – una 3ª magg. pitagorica rimpicciolita di 1 CS, ossia una 3ª magg. pura (come si vedrà, con questa semplice operazione di temperamento delle prime quattro 5ᵉ rispetto ad un suono di riferimento dato, tutte le 3ᵉ magg. costruibili con i suoni della scala diatonica riferita a quello stesso suono risultano pure).

Ad es., con riferimento al *do*, si deve abbassare la prima 5ª *sol* di (1/4)CS, la seconda 5ª *re* di (1/2)CS, la terza 5ª *la* di (3/4)CS e la quarta 5ª *mi* di (4/4)CS = 1 CS, col che viene annullato il comma sintonico che normalmente rende il *mi* raggiunto come quarta 5ª pitagorica sup. del *do* più acuto del *mi* preso come doppia 8ª sup. della 3ª magg. pura di *do*.

La tabella che segue (es. 5.17) mostra, in relazione alla scala diatonica di *do*, il confronto fra i nuovi rapporti intervallari rispetto al *do* ottenuti con il temperamento mesotonico delle 5ᵉ e quelli relativi all'*accordatura pitagorica* (cfr. es. 5.5) e all'*accordatura pura* (cfr. ess. 5.10-11).

Dall'es. 5.17 si vede chiaramente che, rispetto al *do* preso come riferimento e tenuto implicitamente conto delle dovute trasposizioni all'8ª inferiore:

	acc. pitag.	acc. pura	temp. mesotonico
do-do' =	1/1	1/1	1/1
do-re =	9/8	9/8	9/8 - (1/2)CS
do-mi =	81/64	5/4 (= 81/64 - 1 CS)	5/4
do-sol =	3/2	3/2	3/2 - (1/4)CS
do-la =	27/16	5/3 (= 27/16 - 1 CS)	5/3 + (1/4)CS[17]
do-do' =	2/1	2/1	2/1

es. 5.17

1. dal temperamento mesotonico della prima 5ª *sol* si ottiene la 5ª *mesotonica do-sol*, più «stretta» di (1/4)CS della 5ª pitagorica = 5ª pura = 3/2, e dunque pari a (3/2)-(1/4)CS[18] = (3/2):[(3/2).(1/$5^{1/4}$)] = $5^{1/4}$; dato il rapporto fisso d'8ª *do-do'* = 2/1, la 4ª *mesotonica sol-do'*, in quanto differenza tra l'8ª *do-do'* e la 5ª *mesotonica do-sol*, risulta automaticamente più «larga» di (1/4)CS della 4ª pitagorica = 4ª pura e perciò pari a = 2/$5^{1/4}$;

2. dal temperamento mesotonico della seconda 5ª *re* si ottiene il *tono medio do-re* (TM), più «stretto» di (1/2)CS del tono «grande» ottenibile come seconda 5ª pitagorica = 9/8 e pari a (9/8):[(9/4).(1/$\sqrt{5}$)] = ($\sqrt{5}$)/2 = $\sqrt{(5/4)}$, quindi esattamente la metà della 3ª magg. pura = 5/4;

3. dal temperamento mesotonico della terza 5ª *la* si ottiene la 6ª magg. *mesotonica do-la*, più «stretta» di (3/4)CS della 6ª magg. = 27/16 ottenibile come terza 5ª pitagorica (essa risulta pari a (27/16):[(27/8).(1/$5^{3/4}$) = $5^{3/4}$/2), ma conseguentemente più «larga» di (1/4)CS della 6ª maggiore «piccola» pura = 5/3, essendo questa più «stretta» di 1 CS della 6ª magg. pitagorica (infatti (5/3).[(3/2).(1/$5^{1/4}$)] = $5^{3/4}$/2);

4. dal temperamento mesotonico della quarta 5ª *mi* si ottiene la 3ª magg. pura *do-mi* = 5/4, più «stretta» di 1 CS della 3ª magg. ottenibile dalla quarta 5ª pitagorica = 81/64.

Vediamo ora come si trasformano gli intervalli interni alla scala diatonica pura di *do* in seguito al temperamento mesotonico (es. 5.18).

---

[17] La 6ª magg. *mesotonica do-la* è pari a 27/16 – (3/4)CS; poiché la 6ª magg. pura *do-la* è pari a 5/3 = 27/16 – 1CS, si ha che la 6ª magg. *mesotonica do-la* è anche pari a (5/3 + 1CS) – (3/4)CS = 5/3 + (1/4)CS.

[18] Cfr. n. 2, punto 4. Il rapporto che esprime (1/4)CS è $(81/80)^{1/4}$ = (3/2).(1/$5^{1/4}$), quello che esprime (1/2)CS è $(81/80)^{1/2}$ = (9/4).(1/$\sqrt{5}$) e quello che esprime (3/4)CS è $(81/80)^{3/4}$ = $(81/80)^{1/2}$.$(81/80)^{1/4}$ = (9/4).(1/$\sqrt{5}$).(3/2).(1/$5^{1/4}$) = (27/8).(1/$5^{3/4}$).

	acc. pura	temp. mesotonico
do-re =	9/8	9/8 − (1/2)CS = tono «medio» = TM = $\sqrt{(5/4)}$ = ca. 193 *cents*
re-mi =	10/9	10/9 + (1/2)CS = TM = $\sqrt{(5/4)}$
mi-fa =	16/15	16/15 − (1/4)CS = semitono «medio» = SM = $8/5^{5/4}$ = ca. 117 *cents*
fa-sol =	9/8	9/8 − (1/2)CS = TM = $\sqrt{(5/4)}$
sol-la =	10/9	10/9 + (1/2)CS = TM = $\sqrt{(5/4)}$
la-si =	9/8	9/8 − (1/2)CS = TM = $\sqrt{(5/4)}$
si-do =	16/15	16/15 + (1/4)CS = SM = $8/5^{5/4}$

es. 5.18

Come si nota, gli unici intervalli che restano immutati dopo il temperamento mesotonico delle 5^e *sol, re, la, mi* sono l'8^a *do-do'* e le tre 3^e magg. *do-mi, fa-la* e *sol-si*, oltre ovviamente i loro rispettivi rivolti di 1^a e di 6^a min. Tutti gli altri intervalli subiscono restringimenti o allargamenti di più o meno ampia portata, che hanno come importante conseguenza l'unificazione del «taglio» degli intervalli diatonici, ossia l'annullamento della distinzione fra intervallo «grande» e intervallo «piccolo». In particolare:

1. il tono «piccolo» *re-mi* = 10/9 diventa 10/9 + 1/2CS = tono «medio» = TM; è un risultato evidente e scontato nel momento in cui si considera il fatto che, ferma restando la 3^a magg. pura *do-mi* = 5/4, se il tono «grande» *do-re* diventa più «stretto» di (1/2)CS, il tono «piccolo» *re-mi* diventa automaticamente più «largo» di (1/2)CS, dato che, come si ricorderà, la differenza fra tono «grande» e tono «piccolo» è di 1 CS; la sua proporzione è definita da: $(10/9).\sqrt{(81/80)} = (10/9).[(9/4).(1/\sqrt{5})] = (5/2).(1/\sqrt{5}) = (\sqrt{5})/2 = \sqrt{(5/4)}$;

2. la 2^a min. diatonica «piccola» *si-do* = 16/15 diventa 16/15 + (1/4)CS = semitono «medio» = SM; infatti, poiché la 4^a *mesotonica sol-do'* risulta più «larga» di (1/4)CS per coprire l'8^a *do-do'* rispetto alla 5^a *mesotonica do-sol* diventata più «stretta» di (1/4)CS, la 2^a min. diatonica *mesotonica si-do*, in quanto differenza fra la 4^a *mesotonica sol-do'* = 4/3 + (1/4)CS e la 3^a magg. *sol-si*, pura per assunto, risulta a sua volta più «larga» di (1/4)CS; la sua proporzione è definita da: $(16/15).[(3/2).(1/5^{1/4})] = (8/5).(1/5^{1/4}) = 8/5^{5/4}$;

3. il tono «piccolo» *sol-la* = 10/9 diventa 10/9 + (1/2)CS = tono «medio» = TM = $\sqrt{(5/4)}$; esso risulta come differenza fra la 6^a magg. *mesotonica do-la* e la 5^a *mesotonica do-sol*, che sono rispettivamente più «larga» e più «stretta» di (1/4)CS dei corrispondenti intervalli puri;

4. il tono «grande» *la-si* = 9/8 diventa 9/8 − (1/2)CS = tono «medio» = $\sqrt{(5/4)}$, in quanto differenza fra la 3^a magg. *sol-si*, pura per assunto, e il tono «medio» *sol-la*;

5. il tono «grande» *fa-sol* = 9/8 diventa (9/8) − (1/2)CS = tono «medio» =

$\sqrt{(5/4)}$, in quanto differenza fra la 3ª magg. *fa-la*, pura per assunto, e il tono «medio» *sol-la*;

6. la 2ª min. diatonica piccola *mi-fa* = 16/15 diventa 16/15 + (1/4)CS = semitono «medio» = SM = $8/5^{5/4}$; infatti la 4ª *do-fa* = 4/3 è diventata ora la 4ª *mesotonica* 4/3 + (1/4)CS, in quanto differenza tra la 5ª *mesotonica do-sol* = 3/2 – (1/4)CS e il tono «medio» *fa-sol* = 9/8 – (1/2)CS, e dunque la 2ª *mi-fa*, in quanto differenza fra la 4ª *mesotonica do-fa* = 4/3 + (1/4)CS e la 3ª magg. pura *do-mi*, diventa più «larga» di (1/4)CS.

In generale allora nell'ambito della scala diatonica:

1. tutte le 3ᵉ magg. restano 3ᵉ magg. pure = 5/4;

2. tutte le 2ᵉ magg. (*do-re, re-mi, fa-sol, sol-la, la-si*) diventano «toni medi» = $\sqrt{(5/4)}$;

3. tutte le 5ᵉ (*do-sol, re-la, mi-si, fa-do', sol-re', la-mi'*) diventano 5ᵉ *mesotoniche* = $5^{1/4}$ (più «strette» delle 5ᵉ pure di (1/4)CS);

4. tutte le 4ᵉ (*do-fa, re-sol, mi-la, sol-do', la-re', si-mi'*) diventano 4ᵉ *mesotoniche* = (4/3) + (1/4)CS = $2/5^{1/4}$ (più «larghe» delle 4ᵉ pure di (1/4)CS);

5. tutte le 2ᵉ min. diatoniche «piccole» = 16/15 (*mi-fa, si-do'*) diventano «semitoni diatonici medi» = $8/5^{5/4}$ (più «larghi» delle 2ᵉ min. diatoniche «piccole» di (1/4)CS);

6. tutte le 3ᵉ min. (*re-fa, mi-sol, la-do', si-re'*) diventano 3ᵉ min. *mesotoniche* = 1TM + 1SM = $\sqrt{(5/4)}.(8/5^{5/4}) = 4/5^{3/4}$;

7. tutte le 6ᵉ min. restano 6ᵉ min. pure = 8/5;

8. tutte le 6ᵉ magg. (*do-la, re-si, fa-re', sol-mi'*) diventano 6ᵉ magg. *mesotoniche* = 4TM + 1SM = $(\sqrt{(5/4)})^4.(8/5^{5/4}) = (25/16).(8/5^{5/4}) = (1/2).5^{3/4}$;

9. tutte le 7ᵉ min. (*re-do', mi-re', sol-fa', la-sol', si-la'*) diventano 7ᵉ min. *mesotoniche* = 4TM + 2SM = $(\sqrt{(5/4)})^4.(8/5^{5/4})^2 = (25/16).(64/5^{5/2}) = 4.5^2/5^{5/2} = 4/\sqrt{5}$;

10. tutte le 7ᵉ magg. (*do-si, fa-mi'*) diventano 7ᵉ magg. *mesotoniche* = 5TM + 1SM = $(\sqrt{(5/4)})^5.(8/5^{5/4}) = (5/4)^{5/2}.(8/5^{5/4}) = (8/4^{5/2}).(5^{5/2}/5^{5/4}) = (2^3/2^5).5^{5/4} = (1/4).5^{5/4}$ (più «strette» delle 7ᵉ magg. diatoniche «grandi» di (1/4)CS).

Riprendiamo ora l'es. 5.16 e adeguiamolo ai rapporti intervallari determinati dall'accordatura mesotonica; si ottiene (es. 5.19):

1. *do re mi fa sol la si do*
TM TM SM TM TM TM SM

2. *re mi fa# sol la si do# re*
TM TM SM TM TM TM SM

es. 5.19

Si vede, fra l'altro, come ora la 5ª *re-la* funzioni allo stesso modo sia per la successione 1. che per la successione 2., e come lo stesso valga per la 5ª *mi-si*, per la 3ª min. *mi-sol* e per il tono *re-mi*.

Fino a questo punto la disamina dell'accordatura mesotonica si è limitata ai soli suoni diatonici. Per quanto attiene ai suoni alterati, va detto subito che il semitono cromatico dell'intonazione pura dato dalla proporzione 25/24 (ca. 70,5 *cents*) diventa ora il *semitono cromatico mesotonico* dato dalla proporzione $(5^{7/4})/16$ (ca. 76 *cents*)[19]. Dal momento che l'intervallo differenziale del semitono cromatico rispetto al tono è il semitono diatonico, la parificazione mesotonica del tono fa sì che, stante l'unicità del semitono cromatico, non esistano più due diversi semitoni diatonici (il «grande» e il «piccolo»), ma un unico semitono diatonico «medio», un *semitono diatonico mesotonico*. La sua proporzione, che è già stata calcolata sopra (cfr. p. 306, punto **5.**), è data da $8/5^{5/4}$ (ca. 117 *cents*), ossia 16/15 + (1/4)CS rispetto al semitono diatonico «piccolo», ovvero 27/25 – (3/4)CS rispetto al semitono diatonico «grande». Ne deriva che, ad es., il *semitono cromatico mesotonico do-do#* è pari a ca. 76 cents, mentre il *semitono diatonico mesotonico do-re**b*** è pari a ca. 117 *cents*, con una differenza fra *diesis* e *bemolle* di ca. 41 *cents*, ossia un po' meno di 1/4 di tono temperato; tale differenza è il *comma diesis*, determinato dalla proporzione 128/125 (cfr. p. 298, punto **4.** e n. 10). In generale allora nemmeno con l'accordatura mesotonica *diesis* e *bemolli* sono perfettamente interscambiabili sul piano enarmonico (cfr. oltre), quindi, a meno di non ricorrere ad un numero elevato di tasti «spezzati», anche in questo caso si rende necessario decidere a priori come intonare i tasti cromatici.

In effetti, nelle composizioni tastieristiche del Cinque-Seicento pensate per il temperamento mesotonico non si fa uso di tutti i quattordici suoni alterati teoricamente possibili all'interno dell'8ª (escludendo i doppi diesis e i doppi bemolli), bensì normalmente solo di cinque, e precisamente *mi**b***, *si**b***, *fa#*, *do#*, *sol#*, da cui la *scala cromatica mesotonica do*, *do#*, *re*, *mi**b***, *mi*, *fa*, *fa#*, *sol*, *sol#*, *la*, *si**b***, *si*, *do*. Questa contiene cinque *semitoni cromatici mesotonici* (*do-do#*, *mi**b**-mi*, *fa-fa#*, *sol-sol#*, *si**b**-si*) e sette *semitoni diatonici mesotonici* (*do#-re*, *re-mi**b***, *mi-fa*, *fa#-sol*, *sol#-la*, *la-si**b***, *si-do*); come si è appena osservato, i primi sono più piccoli dei secondi di una quantità non trascurabile (ca. 41 *cents*), percepibile in un'esecuzione non troppo veloce

[19] Il *semitono cromatico mesotonico* è dato dalla differenza fra la 3ª magg. pura e la 3ª min. *mesotonica*, ovvero $(5/4):(4/5^{3/4}) = (5.5^{3/4})/16 = (5^{7/4})/16$; esso risulta dunque più ampio del *semitono cromatico puro* di (1/4)CS, ossia vale 25/24 + (1/4)CS.

della *scala cromatica mesotonica*, ed è questa la ragione per cui tale scala viene spesso riferita ad un *temperamento ineguale*[20].

Normalmente i suoni alterati *fa#*, *do#* e *sol#* venivano accordati come 3e magg. pure sup. = 5/4 rispettivamente di *re*, *la* e *mi*, mentre i suoni *sib* e *mib* venivano accordati come 3e magg. pure inf. rispettivamente di *re* e *sol*: da una tale scala cromatica risultavano così triadi maggiori pure sui suoni *do*, *re*, *mib*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *sib*; non erano invece possibili triadi maggiori consonanti sui rimanenti quattro suoni *do#*, *fa#*, *sol#*, *si*, in quanto mancavano le rispettive 3e magg. pure *mi#*, *la#*, *si#*, *re#*, tutt'al più sostituibili (ma con ben scarsa eufonia) con i suoni *fa*, *sib*, *do*, *mib*; la triade sul *sol#* sarebbe risultata poi particolarmente stonata, perché mancante non solo della 3a magg. pura *si#*, eventualmente sostituibile con il *do*, ma perfino della 5a *re#*, assolutamente non sostituibile con il *mib* per via del cosiddetto *strassuono*, una stonatura talmente fastidiosa (quasi un ululato) da suggerire per la finta 5a *sol#-re#* (in realtà corrispondente alla 6a dim. *sol#-mib*) il nome di *quinta del lupo* (ted. *Wolfquinte*, ingl. *Wolf*, fr. *loup*)[21]. Proprio per questa ragione la *scala cromatica mesotonica* consentiva composizioni di modo maggiore impostate unicamente su *sib*, *fa*, *do*, *sol*, *re*, *la*, in quanto tutti gli altri suoni implicavano nell'ambito della scala l'indesiderata *quinta del lupo sol#-mib*.

Vista la particolare accordatura dei *diesis* e dei *bemolli*, la *scala cromatica mesotonica* forniva poi triadi minori consonanti solo sui suoni *do*, *do#*, *re*, *mi*, *fa#*, *sol*, *la*, *si*; non erano invece possibili triadi minori consonanti sui restanti quattro suoni *mib*, *fa*, *sib*, *sol#*, in quanto rispetto ai primi tre mancavano le relative 3e min. *solb*, *lab*, *reb* (eventualmente sostituibili, anche in questo caso però con scarsa eufonia, con i suoni *fa#*, *sol#*, *do#*) e rispetto all'ultimo mancava la 5a *re#*, che, come già detto, non era possibile sostituire col *mib*, in quanto si sarebbe prodotta la *quinta del lupo sol#-mib*.

Per quanto riguarda le composizioni in modo minore, tenuto conto dell'esigenza di avere nell'ambito di uno stesso impianto sonoro di riferimento la triade minore sul I e sul IV grado e la triade maggiore sul V, la *scala cromatica mesotonica* consentiva impianti in minore unicamente su *sol*, *re*, *la*, a meno naturalmente di non ricorrere a sostituzioni falsamente enarmoniche (ad es., un impianto minore sul *do* implica il *lab*, mal sostituibile con il *sol#*, mentre un impianto minore sul *mi* implica il *re#*, ancor peggio sostituibile con il *mib*).

Le limitazioni oggettive imposte dall'accordatura mesotonica – in particolare ininterscambiabilità di *diesis* e *bemolli*, da cui scarsità di triadi consonanti, restrizione degli impianti sonori utilizzabili e impossibilità di passare a piacere da un impianto sonoro ad un altro – cozzavano però con

---

20 E. Blackwood, *op. cit.*, p. 175.

21 Il *circolo* (incompleto) *delle* (undici) *5e mesotoniche mib sib fa do sol re la mi si fa# do# sol#* poteva però venire adattato a seconda delle esigenze. Se ad es. era assolutamente necessario avere il *lab*, allora si rinunciava al *sol#*, e se era necessario avere il *re#*, si rinunciava al *mib*, e così via, ossia si teneva fisso il numero delle undici 5e mesotoniche; in questo modo si evitavano gli indesiderati *lupi*.

l'aspirazione crescente all'allargamento dell'insieme dei suoni utilizzabili e contemporaneamente alla massima libertà di movimento entro un più ampio universo sonoro. La frontiera da superare per entrare in questo nuovo universo era dunque quella della parificazione del *diesis* col *bemolle*, ossia dell'eliminazione della differenza fra semitono cromatico e diatonico: in altre parole quella della *divisione del tono in due semitoni uguali*.

Questo è ciò cui mira il sistema di accordatura che a poco a poco sostituì il temperamento mesotonico: il *temperamento equabile*.

Temperamento equabile

Da quanto esposto finora, si può osservare come ogni passaggio da un tipo di accordatura ad un altro possa configurarsi come conquista di ciò che in un determinato momento storico viene sentito come irrinunciabile, ma al contempo come ammissione di ciò che sarebbe stato inaccettabile in epoca precedente: l'accordatura pura fornisce la consonanza delle 3^e maggiori, ma a discapito dell'unicità del «taglio» di tutti gli altri intervalli tranne l'8^a, tipica dell'accordatura pitagorica; l'accordatura mesotonica parifica tutti gli intervalli nell'ambito della scala (tranne il semitono, ossia non equalizza *diesis* e *bemolli*), ma rende impure («strette») tutte le 5^e, fatto, questo, che nell'accordatura pura avveniva solo in parte; come si vedrà qui di seguito, il temperamento equabile parifica *diesis* e *bemolli*, ma paga lo scotto della rinuncia alla purezza di tutti gli intervalli, ad esclusione della sola 8^a.

Il temperamento mesotonico non fu certamente il solo contraltare dell'accordatura pura, ché lungo tutto il Cinquecento e il Seicento innumerevoli furono le teorizzazioni e le sperimentazioni: Virdung (1511), Schlick (1511), Aaron (1523), Fogliani (1529), Lanfranco da Terenzo,(1533), Zarlino (1558), Salinas (1577), sono solo alcuni fra coloro che proposero accordature fondate su vari tipi di *temperamento ineguale*, con esiti più o meno accettabili rispetto ai compromessi cui dovevano adeguarsi. L'ultimo stadio prima dell'avvento del *temperamento eguale* o *equabile* può considerarsi quello proposto da Andreas Werckmeister nel trattato *Musikalische Temperatur* (1691^2; la stesura del 1687 è andata perduta)[22].

Werckmeister punta ad un'accordatura temperata di dodici note, in cui le triadi più comuni si avvicinano a quelle del temperamento mesotonico e quelle più infrequenti (infrequenti all'epoca, ossia quelle più «accidentate»)

[22] Si ricorda qui di sfuggita, come ulteriore esempio di sistema di accordatura ormai al confine con quello relativo al temperamento equabile, il sistema attribuito a Gottfried Silbermann, contemporaneo di Bach, basato sul temperamento di tutte le $5^e = 3/2$ – a partire dalla 5^a centrale *do-sol* – di una quantità pari a (1/6)CS in meno. Ne risultava una scala cromatica abbastanza diversa da quella fornita dal temperamento mesotonico, con una 2^a min. più piccola e dunque con la sensibile più vicina alla tonica; tuttavia erano presenti anche in questo caso le *quinte del lupo*, e quindi vigevano le stesse restrizioni nell'uso delle triadi «accidentate» e delle modulazioni ai toni lontani.

si avvicinano all'accordatura pitagorica. Egli suggerisce di temperare quattro 5^{e} (precisamente *do-sol*, *sol-re*, *re-la*, *si-fa#*) di una quantità pari a 1/4 di comma pitagorico (CP) in meno e di accordare tutte le altre come 5^{e} pitagoriche = 3/2; in questo modo il circolo completo delle dodici 5^{e} si chiude su se stesso, in quanto il comma pitagorico viene compensato dal temperamento delle quattro 5^{e} (es. 5.20).

do *sol* *re* *la* *mi* *si* *fa#* *do#* *sol#* *re#* *la#* *mi#* *si#* (≅ *do*)
-1/4CP -2/4CP -3/4CP -3/4CP -3/4CP -1CP -1CP -1CP -1CP -1CP -1CP -1CP

es. 5.20

Poiché dunque *si#* – 1CP ≅ *do*, scendendo di 5^{a} = 3/2 dal *do* si ottengono le equivalenze enarmoniche *mi#* – 1CP = *fa*, *la#* – 1CP = ***sib***, *re#* – 1 CP = ***mib***, *sol#* – 1 CP = ***lab***, *do#* – 1 CP = ***reb***, *fa#* – 1 CP = ***solb***. Continuando a scendere, da questo punto in poi si recuperano i suoni precedenti e passando per *si*, *mi*, *la*, *re*, *sol* si ritorna al *do*. Come si vede, vengono però a mancare le equivalenze enarmoniche *si/**dob*** e *mi/**fab***[23].

Questo tipo di temperamento – che costituisce comunque una grande conquista per via delle nuove equivalenze enarmoniche che fornisce[24] – dà luogo ad una scala cromatica non perfettamente equalizzata: i semitoni (diatonici e cromatici) risultano infatti di quattro «tagli» differenti, a seconda di quante 5^{e} perfette e/o temperate vengono implicate. Anche le triadi maggiori non suonano tutte allo stesso modo: si va da quelle più vicine alle triadi perfettamente consonanti (*fa-la-do*), a quelle più simili alle triadi mesotoniche (*do-mi-sol*), a quelle più affini alle triadi pitagoriche o decisamente pitagoriche. Lo spazio sonoro non risulta quindi ancora equivalente in tutti i suoi punti, le relazioni fra i suoni non sono tutte fra loro simmetriche e interscambiabili. Per arrivare alla perfetta equiparazione di tutti i punti dello spazio sonoro si rende necessario un passo ulteriore.

Tratto comune di tutte le accordature descritte finora è l'appartenenza alla grande famiglia dei *sistemi divisivi*, il cui principio fondamentale, come si ricorderà, è la fissazione a priori della «tipologia» degli intervalli di suddivisione dell'8^{a}. Il vero cambiamento nella storia dell'accordatura si verifica con il passaggio al sistema *partitivo*, il cui principio fondamentale è invece la fissazione a priori del *numero* di intervalli uguali in cui suddividere l'8^{a}. È su questo principio che si basa il *temperamento equabile*, ed è da

[23] Infatti il ***dob*** come 5^{a} inf. = 3/2 di ***solb*** (ossia il *si* – 1CP come 5^{a} inf. = 3/2 di *fa#* – 1CP) risulta più grave di (1/4)CP del *si* – (3/4)CP incontrato nella fase di salita di 5^{a}; conseguentemente, poiché la 5^{a} discendente *si-mi* = 3/2, risulta che a sua volta il *fab* è più grave del *mi* di (1/4)CP.

[24] Si tratta dunque di un «buon temperamento», che utilizzato per accordare uno strumento a tastiera restituisce un *wohltemperierte Klavier*!

questo che nasce la *scala dodecafonica equalizzata* contenente dodici semitoni temperati della medesima ampiezza.

In questo tipo di accordatura – che si diffuse abbastanza rapidamente proprio in quanto rispondeva all'esigenza della più ampia libertà di modulazione e di applicabilità del principio dell'enarmonia, ma convisse per tutto il Settecento e fino all'inizio dell'Ottocento con molti altri tipi di temperamento ineguale –, il punto di partenza è dato dalla scelta di suddividere l'8ª in dodici semitoni di uguale grandezza; ciò implica, a differenza dei precedenti tentativi di temperamento equabile, la perfetta equiparazione di tutto lo spazio sonoro utilizzabile, e quindi l'indifferenza rispetto a qualsiasi punto di riferimento. Come si è osservato, i limiti intrinseci ai sistemi di accordatura discussi precedentemente portavano a far sì che si privilegiasse, dal punto di vista dell'eufonia, un nucleo centrale più o meno ampio di accordi, a discapito di quelli più lontani dal «centro», fino ai limiti estremi dell'intollerabilità acustica, come quella prodotta ad es. dalla *quinta del lupo*. Al contrario, il temperamento equabile parifica tutti i punti dello spazio sonoro, sì che la triade *do-mi-sol* dà la stessa risposta acustica delle triadi *fa#-la#-do#* oppure ***reb**-fa-**lab***, e inoltre diviene perfettamente legittimo ogni tipo di scambio enarmonico, giacché, *dal punto di vista dell'ampiezza intervallare*, non vi è più distinzione fra semitono diatonico e semitono cromatico, cosicché il *diesis* è enarmonicamente equivalente al *bemolle*.

La *scala dodecafonica equalizzata* deriva dalla divisione dell'8ª in dodici parti uguali, corrispondenti a quello che si dice comunemente *semitono temperato* = ST = x. Come si è visto all'inizio del presente paragrafo, poiché il rapporto d'8ª = 2/1 è dato da x^{12}, il valore di x si ricava dall'espressione

$$x = 2^{1/12}$$

che è un valore irrazionale pari a circa 1,059463094. In genere, per esprimere le grandezze degli intervalli ricavati dal *semitono temperato* (che sono dati da valori irrazionali ad esclusione unicamente dell'8ª e dei suoi multipli) non si utilizzano rapporti frazionari, bensì multipli di un'unità di misura introdotta da Alexander Ellis nel 1880: il *cent* (cfr. Cap. 1, n. 18). Posto che l'8ª è pari a 1200 *cents*, si ricava che il semitono temperato, quale dodicesima parte dell'8ª, è pari a 100 *cents*, la 2ª magg. = 2 ST = 200 *cents*, la 3ª magg. = 4ST = 400 *cents*, la 5ª giusta = 7ST = 700 *cents*, e così via[25].

La suddivisione dell'8ª in dodici semitoni uguali, base del temperamento equabile, implica di per sé il temperamento delle 5ᵉ di una quantità pari a

[25] In quanto sistema partitivo, il temperamento equabile può originare una serie infinita di divisioni dell'8ª: ad es. la «scala *slendro* equalizzata», in cui l'8ª è divisa in cinque parti uguali (cfr. Cap. 4), oppure la «scala per quarti di tono temperati» – talora utilizzata nella musica contemporanea, – in cui l'8ª è divisa in ventiquattro parti uguali: nel primo caso la quinta parte dell'8ª si ricava dall'espressione $2^{1/5}$ e vale 240 *cents*, nel secondo caso il quarto di tono temperato – pari alla metà del semitono temperato – è dato da $2^{1/24}$ e vale 50 *cents*.

(1/12)CP: infatti, data ad es. l'8ª *do-do'*, il circolo delle 5ᵉ costruito con i dodici suoni interni a partire da *do*, ossia *do-sol-re-la-mi...sol#-re#-la#-mi#-si#*, sfocia in un *si#* che coincide forzatamente con il *do'* e rende nullo il comma pitagorico di cui la dodicesima 5ª sup. = 3/2 di un suono dato supera la settima 8ª sup. dello stesso suono; poiché tutte le 5ᵉ del circolo così costruito sono pari a 700 *cents* in quanto costituite ciascuna da sette semitoni, il comma pitagorico risulta automaticamente ed equamente ripartito fra di esse, che risultano così tutte temperate di (1/12)CP.

A fronte degli indiscutibili vantaggi offerti dal temperamento equabile rispetto al trattamento dello spazio sonoro e della sua imprescindibilità rispetto ai repertori (tastieristici) dalla metà del Settecento ad oggi, v'è però da rilevare il fatto che tutti gli intervalli ad esclusione dell'8ª risultano più o meno discordanti rispetto agli intervalli dati dall'accordatura pura. Dalla tabella riportata nell'es. 5.21, dove sono indicate le grandezze di una serie di intervalli in *cents* (con arrotondamento all'unità sup. o inf.) in riferimento all'accordatura pura e a quella equabilmente temperata, nonché le differenze in *cents* fra la seconda e la prima, si evince che le differenze più sensibili si hanno, nell'ordine, rispetto alla 3ª magg. piccola e alla 6ª min. grande (rispettivamente +36 e –36 *cents*), alla 2ª min. diatonica grande, come ad es. *do#-re* oppure *la-sib*, e alla 7ª magg. piccola (–33 e + 34 *cents*), al semitono cromatico (+30 *cents*), alla 4ª grande e alla 5ª piccola (rispettivamente –20 e +20 *cents*), al tono piccolo e alla 7ª min. grande (+18 e –18 *cents*), alla 3ª min. grande e alla 6ª magg. piccola (–16 e +16 *cents*), alla 3ª magg. grande e alla 6ª min. piccola (+14 e –14 *cents*), alla 2ª min. diatonica piccola (ad es. *mi-fa* oppure *sol#-la*) e alla 7ª magg. grande (–12 e +12 *cents*), mentre risultano ai limiti della soglia differenziale per le altezze le differenze rispetto alla 3ª min. piccola e alla 6ª magg. grande (+6 e –6 *cents*), al tono grande e alla 7ª min. piccola (–4 e +4 *cents*), e addirittura quasi impercettibili quelle rispetto alla 4ª giusta e alla 5ª giusta (+2 e –2 *cents*).

Su uno strumento accordato con il temperamento equabile, quindi, risultano decisamente «scordate» rispetto all'accordatura pura tutte le triadi maggiori e minori, nonché tutti gli accordi di settima di dominante; inoltre il semitono cromatico risulta decisamente più grande, e molto (o mediamente) inferiore risulta il semitono diatonico, e quindi più piccola la distanza fra un'ipotetica sensibile e la relativa tonica. Va riconosciuto, tuttavia, che fra i diversi sistemi di accordatura il temperamento equabile è stato quello che meglio ha risposto alle esigenze del linguaggio musicale dal Settecento in poi; inoltre, in una relazione divenuta biunivoca, esso si è posto a sua volta come uno dei fattori che ne hanno determinato la progressiva evoluzione e trasformazione, consentendo le più ardite sperimentazioni nel campo del cromatismo e dell'enarmonia.

		acc. pura	temp. equab.	diff.
semitono cromatico (25/24)		= 70	= 100	+30
2ª min.	diat. piccola (16/15)	= 112	= 100	–12
	diat. grande (27/25)	= 133	= 100	–33
2ª magg.	tono piccolo (10/9)	= 182	= 200	+18
	tono grande (9/8)	= 204	= 200	–4
3ª min.	piccola (32/27)	= 294	= 300	+6
	grande (pura = 6/5)	= 316	= 300	–16
3ª magg.	piccola (100/81)	= 364	= 400	+36
	grande (pura = 5/4)	= 386	= 400	+14
4ª	piccola (giusta = 4/3)	= 498	= 500	+2
	grande (27/20)	= 520	= 500	–20
5ª	piccola (40/27)	= 680	= 700	+20
	grande (giusta = 3/2)	= 702	= 700	–2
6ª min.	piccola (pura = 8/5)	= 814	= 800	–14
	grande (81/50)	= 836	= 800	–36
6ª magg.	piccola (pura = 5/3)	= 884	= 900	+16
	grande (27/16)	= 906	= 900	–6
7ª min.	piccola (16/9)	= 996	= 1000	+4
	grande (9/5)	= 1018	= 1000	–18
7ª magg.	piccola (50/27)	= 1067	= 1100	+33
	grande (15/8)	= 1088	= 1100	+12
8ª	giusta (2/1)	= 1200	= 1200	0

es. 5.21