9. SCALA PITAGORICA, ZARLINIANA E TEMPERATA.

9.1. Scala, modo, tonalità.

Scala e modo

Scala: serie di suoni disposti in ordine progressivo di altezza, generalmente dal grave all'acuto, nell'ambito di un'ottava.

La scala si limita ad enumerare i gradi costitutivi di una struttura sonora, mentre il modo prende in considerazione, oltre a questi stessi gradi, la funzione specifica che essi assumono in detta struttura e l'organizzazione gerarchica che ne consegue.

Nell'ambito storico dei sistemi musicali occidentali incontriamo, in ordine cronologico:

– la scala greca (o pitagorica);
– la scala zarliniana (o "naturale");
– l'attuale scala temperata (o a divisione equalizzata).

Queste scale differiscono tra loro per la diversa grandezza degli intervalli che derivano dal sistema usato nel "distribuire" i vari "gradini" nel campo di altezza dell'ottava.

Tonalità e modalità

Tonalità: complesso di suoni di una determinata scala ordinati in rapporto ad uno principale, detto *tonica*, che dà il nome alla tonalità stessa.

Con lo svilupparsi della teoria e della pratica dell'armonia, il principio della tonalità (= determinazione di una nota fondamentale) venne sempre più imponendosi, sino a dar luogo al moderno sistema tonale, mentre il principio della modalità (= determinazione di una particolare struttura intervallare interna) finì per cristallizzarsi in due soli modi, uno detto maggiore, l'altro minore, considerati reciprocamente relativi.

* * *

Glareano (*Glareanus*, pseudonimo di Heinrich Loris o Loritis), nel suo *Dodekachordon* (1547) aggiunse agli 8 modi ecclesiastici altri 4 modi.

Nella pratica musicale del '500 venivano però usati solo 5 modi (e non gli 8 + 4 del Glareano): si impiegavano cioè solo modi "autentici", che tendono ad avere la dominante al 5° grado. Dei 4 modi aggiunti dal Glareano solo due sono utilizzati: il modo di La (il nostro La minore naturale) e il modo di Do (il nostro Do maggiore).

Riduzione dei modi/Aumento dei toni

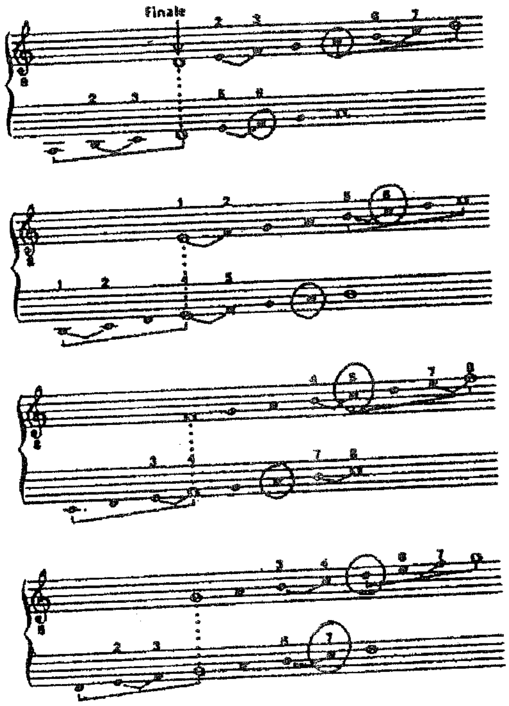
La riduzione a due modi fu compensata, nel sistema tonale, dall'arricchimento delle possibilità derivanti dal fatto che il sistema tonale venne gradualmente rapportato non più alla scala delle note naturali, bensì a quella cromatica ed all'intreccio, che si rese sempre più sensibile, di tensioni e attrazioni reciproche fra le note.

1. Autentico (Dorico)
Re (protus)
2. Plagale (Ipodorico)

3. Autentico (Frigio)
Mi (deuterus)
4. Plagale (Ipofrigio)

5. Autentico (Lidio)
Fa (tritus)
6. Plagale (Ipolidio)

7. Autentico (Misolidio)
Sol (tetrardus)
8. Plagale (Ipomisolidio)



N.B. Le cifre sopra le note indicano i semitoni.

9. Autentico (Eolio)
La
10. Plagale (Ipoeolio)

11. Autentico (Ionio)
Do
12. Plagale (Ipoionio)

Il rapporto di fondo fra <u>scala cromatica</u> e <u>sistema tonale</u> è confermato dal procedimento, ad esso peculiare, della <u>modulazione</u>, consistente nel trasferire il ruolo di fondamentale da una ad altra nota della scala cromatica. Si passa così da un modo – maggiore o minore che sia – ad altro simile o differente ma fondato su nota diversa; la successione intervallare rimane sempre quella propria del modo maggiore o minore, ma a partire da una nota diversa, rispetto alla quale le altre note si ordinano secondo lo schema scalare, valendosi necessariamente delle alterazioni.

Il concetto di <u>tonalità</u> è strettamente legato ad un'esigenza naturale per cui l'orecchio è portato a cercare e considerare, in qualsiasi frase musicale, un elemento che accentri e risolva su di sé le tensioni dinamiche provocate dal susseguirsi dei suoni.

Nella musica monodica tale elemento è costituito da un suono che ha carattere di "riposo" (v. per esempio la *finalis* dei modi gregoriani), in contrapposizione agli altri che hanno invece tendenza al moto, e cioè non danno senso di compiutezza.

Quando alla melodia si aggiungono un accompagnamento oppure altre melodie (polifonia), il centro di attrazione deve necessariamente essere costituito non più da un solo suono, ma da un gruppo di suoni, il cui insieme abbia però ugualmente carattere di riposo: tale gruppo di suoni viene denominato accordo di tonica.

Si può dunque definire la tonalità come "organizzazione" gerarchica degli accordi in rapporto a un accordo principale detto "di tonica".

* * *

Dal XVI sec. ebbe inizio l'evoluzione del senso armonico-tonale, processo che, a livello teorico, si può considerare giunto a compimento durante la prima metà del XVIII sec. Fu appunto nel 1722 che J.Ph. Rameau introdusse la nozione di tonalità sotto la definizione di *centre harmonique* (nel *Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels*); introdusse inoltre nell'uso i termini *tonica, dominante, mediante, sensibile*. Nel *Nouveau Système de la Musique Théorique* del 1726 fondò i tre pilastri dell'armonia tonale (tonica, dominante, sottodominante).

Il voler assegnare ad un fatto scientifico, ossia al fenomeno dei suoni armonici (scoperti qualche secolo dopo l'avvento del sistema tonale), la base fisica della tonalità è un grosso equivoco: la teoria degli armonici ha un fondamento acustico, non estetico (dal gr. *aìstesis*, che vuol dire "sensazione, percezione, sensibilità"), cioè non atto a legittimare la "naturalità" di un sistema musicale. La tonalità infatti, non ha un fondamento fisico, ma estetico, anche se la sua affermazione coincide con l'accettazione della consonanza in relazione a combinazioni di suoni caratterizzate da determinati rapporti semplici. Che poi, dopo qualche secolo, questi rapporti siano stati riscontrati uguali a quelli ricavabili dalla serie degli armonici è tutt'altro discorso, che non muta la storia degli eventi, anche se conferma scientificamente la validità di un principio teorico.

9.2. L'altezza dei suoni.

L'altezza dei suoni viene espressa:

1) mediante numeri indicanti la lunghezza della corda vibrante (o del tubo sonoro), ad esempio:

$Do_1 = 1$ $\quad$ $Do_2 = 1/2$ $\quad$ $Do_3 = 1/4$ $\quad$ $Do_4 = 1/8$

quindi, usando la misura di lunghezza tradizionale dell'arte organaria (il "piede armonico"):

$Do_1 = 8'$ $\quad$ $Do_2 = 4'$ $\quad$ $Do_3 = 2'$ $\quad$ $Do_4 = 1'$

2) mediante i numeri inversi ai precedenti, indicanti la frequenza delle vibrazioni (che, com'è noto, è inversamente proporzionale alla lunghezza della corda o della canna), ad esempio:

$Do_1 = 1$ $Do_2 = 2$ $Do_3 = 4$ $Do_4 = 8$

9.3. L'intervallo.

Qualsiasi sistema musicale si distingue per la scelta e l'uso degli intervalli, ossia dei rapporti di altezza fra i suoni che costituiscono la scala.

L'intervallo è la differenza di altezza fra due suoni; la proporzione è il rapporto relativo fra le altezze stesse.

L'intervallo tra due suoni viene espresso mediante il rapporto tra le frequenze o tra le lunghezze delle due corde (o colonne d'aria) vibranti emettenti i due suoni, ad esempio:

Do_1-Do_2	2/1	o	1/2
Do_1-Sol_1	3/2	o	2/3
Do_1-Mi_1	5/4	o	4/5

9.4. Sistemi di misura e calcolo degli intervalli.

Va tenuto presente che il termine *intervallo*, che nella sua accezione normale significa "distanza" e viene misurato con una *differenza*, nell'accezione musicale è rappresentato invece da un *rapporto*. Pertanto, se nel linguaggio abituale l'intervallo risultante dalla composizione di due distanze è dato dalla *somma* di queste, in campo musicale l'intervallo risultante dalla composizione di due intervalli si ottiene *moltiplicando* tra loro questi ultimi, ad esempio:

Quinta + Quarta = Ottava

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

Per la stessa ragione la "divisione" di un intervallo musicale deve effettuarsi ricorrendo all'estrazione di radice. Ad esempio, per ottenere la "dodicesima parte" dell'Ottava – cioè il semitono del temperaramento equabile moderno – è necessario estrarre la radice 12ª di 2:

$$\sqrt[12]{2} = 1{,}0594631$$

Bisogna quindi fare sempre ricorso ad un'operazione matematica di grado superiore a quella che sembrerebbe suggerita dai termini abitualmente impiegati.

Riassumendo:

- somma di intervalli: → moltiplicazione
- sottrazione di intervalli: → divisione
- divisione di intervalli: → estrazione di radice

I logaritmi

Per semplificare tali operazioni, oltre che per evitare di indicare i suoni e gli intervalli con numeri o rapporti troppo complessi, si può ricorrere ai logaritmi, che consentono di "ridurre di grado" tutte le operazioni cui si è accennato.

Il logaritmo è l'esponente della potenza (x) alla quale si deve elevare un numero, detto base (a), per ottenere un altro numero determinato (b).

Per esempio, se $b = 32$ e $a = 2$, il logaritmo è 5, perché $2^5 = 32$. In simboli si scrive $x = \log_a b$ (e, per definizione, $a^x = b$).

Il legame fra potenze e logaritmi appare evidente dalla definizione. I logaritmi godono di proprietà corrispondenti a quelle delle operazioni con le potenze e servono per facilitare i calcoli.

Se sotto ai termini di una progressione geometrica, supponiamo con ragione 10, scriviamo una progressione aritmetica unitaria, avremo la seguente combinazione o sistema logaritmico:

Progressione geometrica		$(a)^x$ =	(b)			
(base 10):	1	10	100	1000	10000	...
Progressione aritmetica:	0	1	2	3	4	
			(x)			

I termini della progressione aritmetica sono i logaritmi dei termini della progressione geometrica.

La ragione della progressione geometrica, che nel caso esemplificato è il numero 10, diventa la base del sistema logaritmico.

Qualsiasi numero, anche non intero, può essere ragione di una progressione geometrica e, quindi, base di un sistema logaritmico. Ad esempio, la base dei logaritmi naturali o neperiani è il cosiddetto numero e (= 2,718281828), mentre la base dei logaritmi volgari o decimali o di Briggs è il numero 10.

Tra un termine e l'altro della progressione geometrica possono essere collocati numeri di valore intermedio in quantità infinita. Ciò comporta necessariamente che una proporzionale interpolazione dovrà essere fatta anche fra i termini della progressione aritmetica.

La progressione delle frequenze musicali non procede in senso aritmetico, ma logaritmico con base 2 (= rapporto di ottava). Ciò vuol dire che per passare da una qualsiasi frequenza alla sua ottava il rapporto da applicare è 2/1, e che per salire alle ottave successive si debbono usare le potenze di 2, ossia 2, 2^2, 2^3, ecc., dove l'esponente corrisponde al numero di ottave contenute nell'intervallo.

Progressione delle frequenze (geometrica, ragione 2)	1	2	4	8	16	...
Progressione delle ottave (aritmetica)	0	1	2	3	4	...

Poiché, come abbiamo visto, la ragione di una progressione geometrica è la base del rispettivo sistema logaritmico, ecco spiegato il perché della razionalità musicale dei logaritmi di base 2.

Con l'introduzione dei logaritmi (J. Neper, 1614 e H. Briggs, 1624), tutti i sistemi di calcolo, particolarmente quelli proporzionali, ebbero un forte guadagno in snellezza e precisione, e siccome il calcolo degli intervalli implica la proporzionalità, è comprensibile come i logaritmi abbiano reso semplice ciò che prima di allora richiedeva un impegno molto maggiore: quindi gli intervalli si sommano e si sottraggono addizionando e sottraendo i rispettivi logaritmi.

I sistemi logaritmici interessati alla misura degli intervalli sono, in ordine cronologico:

- logaritmi volgari o decimali o di Briggs (base 10)
- logaritmi base 2 — introdotti nel sec. XVIII dal matematico L. Euler (1707-1783)
- Savart (base 1,002305238) — dal nome del fisico francese Félix Savart (1791-1841)
- logaritmi "acustici" di Delezenne (base 1,012500000)
- cents (base 1,000577789) — introdotti nel 1880 da Alexander J. Ellis (1814-1890)

I cents di Ellis

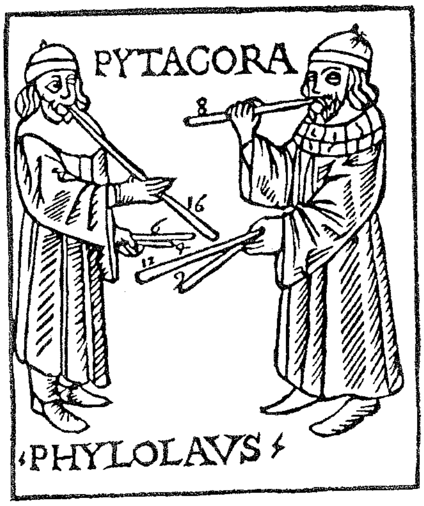
Il sistema logaritmico oggi universalmente accettato è quello introdotto verso il 1880 da Alexander J. Ellis: l'unità di tale sistema è il *cent* [sent], corrispondente alla 1200ª parte dell'ottava; 100 *cents* costituiscono il semitono del temperamento equabile usuale; 1200 *cents* rappresentano l'ottava.

Con questo sistema tutte le operazioni vengono, come si è detto, "ridotte di grado". Così moltiplicazioni e divisioni tra i rapporti esprimenti gli intervalli divengono rispettivamente addizioni e sottrazioni tra i valori degli stessi intervalli espressi in cents; elevazione a potenza ed estrazione di radice si riducono rispettivamente a moltiplicazione e divisione.

Es:		Quinta + Quarta	= Ottava	(3/2 x 4/3 = 2/1)
	cents	701,955 + 498,045	= 1200	

Dodicesima parte dell'Ottava (cioè semitono del temperamento equabile moderno):

$\sqrt[12]{2} = 1,0594631$ — cents 1200 : 12 = 100



(Illustrazioni tratte da F. Gaffurio, *Theorica musicae*, Milano 1492)

9.5. Nomenclatura e valori degli intervalli e delle proporzioni.

La denominazione attuale è la più semplice. Essa fa riferimento ai gradi che nella scala musicale separano una "nota" dall'altra, designando col relativo aggettivo numerale l'intervallo considerato; ad esempio: seconda (comprende due gradi), terza (ne comprende tre), e così via. All'aggettivo numerale si aggiunge la qualificazione dell'intervallo, ossia: maggiore, minore, giusta, eccedente e diminuita, come vuole la grammatica musicale.

Le qualificazioni di maggiore e minore sono legate, per la musica occidentale, ai corrispondenti modi (omonimi) che caratterizzano la musica tonale.

La qualificazione giusta è neutra, vale a dire invariabile sia per il modo maggiore che per quello minore.

Le rimanenti qualificazioni, eccedente e diminuita, indicano che l'intervallo di cui trattasi è ulteriormente alterato in aumento o in diminuzione, nella misura di un semitono.

Quadro comparativo di alcuni intervalli con le rispettive nomenclature ed i rispettivi valori

EUROPEA	GRECA	LATINA	FRAZIONI	MISURE DECIMALI	CENT
Ottava	Diapasòn	Dupla	2/1	2,00000	1200
Quarta	Diatessàron	Sesquiterza	4/3	1,33333	498
Quinta	Diapénte	Sesquialtera	3/2	1,50000	702
Terza maggiore		Sesquiquarta	5/4	1,25000	386
Terza minore		Sesquiquinta	6/5	1,20000	316
Tono grande (do-re)	Tono	Sesquiottava	9/8	1,12500	204
Tono piccolo (re-mi)		Sesquinona	10/9	1,11111	182
	Apòtome (do#)		2187/2048	1,06790	114
	Limma (re*b*)		256/243	1,05350	90
Comma pitagorico (si#/do)	Comma ditonico		531441/524288	1,01360	24
Comma sintonico (tono grande/tono piccolo)	Comma di Didimo	Comma sintonico	81/80	1,01250	22

9.6. Intervalli "naturali".

Gli intervalli "naturali" ci vengono offerti dai *suoni armonici* che accompagnano il suono fondamentale emesso da un corpo sonoro (corda o colonna d'aria).

Va qui osservato che ancora prima della vera e propria 'scoperta' del fenomeno acustico dei suoni armonici concomitanti, i teorici sono arrivati per via matematica a stabilire gli intervalli naturali. È stato infatti accertato che quanto più il rapporto tra le lunghezze di corde vibranti è semplice, tanto più "gradevole" risulta al nostro orecchio l'unione di due suoni.

9.7. La scala greca (o pitagorica).

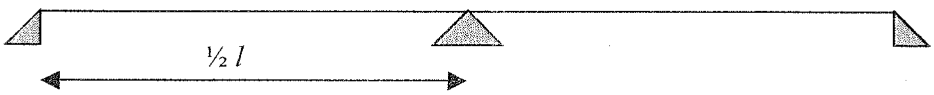
All'epoca della scuola pitagorica i termini fisici del suono, come oggi sono comunemente intesi, non potevano certo essere conosciuti. Di come operarono i Greci, di certo si sa solo che i punti di partenza, per definire gli intervalli della scala, furono le proporzioni derivate dalla comparazione delle diverse lunghezze di volta in volta ottenute dalla divisione del monocordo.

Dato un monocordo di lunghezza l (che per praticità di calcolo consideriamo unitaria), si istituisce il seguente rapporto:

$$\frac{\text{Lunghezza totale della corda}}{\text{Lunghezza parte vibrante}}$$

OTTAVA

Intervallo *diapasòn*, dal gr. *diá pasôn (chordôn)*: "attraverso tutte (le corde)", che le include tutti i suoni

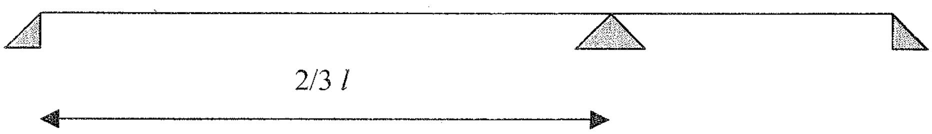


$$\frac{1}{1/2} = 1 \cdot \frac{2}{1} = 2$$

N.B.: ½ è una lunghezza lineare (m, cm, mm ecc.) mentre l'inverso (2) è la *frequenza*, cioè il numero di vibrazioni compiute nell'unità di tempo.

QUINTA

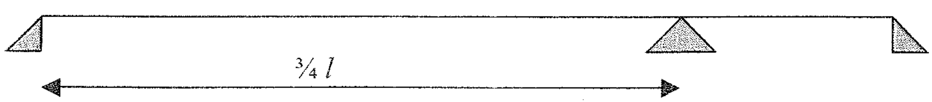
Intervallo *diapénte*, dal gr. *diá pénte*: "attraverso cinque (corde)", che include cinque suoni



$$\frac{1}{2/3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

QUARTA

Intervallo *diatessáron*, dal gr. *diá tessàron*: "attraverso quattro (corde)", che include quattro suoni



$$\frac{1}{3/4} = 1 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} = 1{,}3333$$

La scala musicale greca è di natura geometrica, in quanto è derivata dalla progressione del rapporto corrispondente all'intervallo oggi chiamato "quinta giusta", il cui valore è 3/2 (= 1,5), che è la *ragione* della progressione stessa.(*)

Il procedimento è detto anche <u>ciclo delle quinte</u>, ma questa definizione esprime un concetto impreciso, dato che la progressione delle quinte, anche se continuata all'infinito, non può chiudere in forma ciclica la scala musicale. Non esiste infatti potenza di 3 che sia eguagliata da una potenza di 2, e siccome il rapporto di ottava è 2 e quelli dei suoi multipli sono potenze di 2, ne viene che detti rapporti non troveranno mai uguaglianza con un termine della progressione delle quinte, vale a dire con una qualsiasi potenza di 3/2, che è la base matematica della scala pitagorica.

Nella progressione delle quinte, il massimo avvicinamento con la progressione delle ottave si ha al 12° termine, dove (partendo dalla nota Do) troviamo dalla parte delle quinte un Si# di 531441 e dalla parte delle ottave un Do di 524288, corrispondenti rispettivamente a 3^{12} e a 2^{19}. Questo minuscolo intervallo (Si#/Do), il cui valore è 531241/524288, è il *comma ditonico* o greco o pitagorico, che in decimali vale 1,0136 e in cents 23,43 arrotondabili a 24.

Il *comma* (ossia "frammento, particella") pitagorico è anche la differenza di altezza fra gli intervalli greci *apòtome* (seconda minore cromatica, ad es. Do# = 2187/2048) e *limma* (seconda minore diatonica, ad es. Re*b* = 256/243).

n.° delle quinte

$$\frac{Si\#}{Do} = \frac{(3/2)^{12}}{(2)^{7}}$$

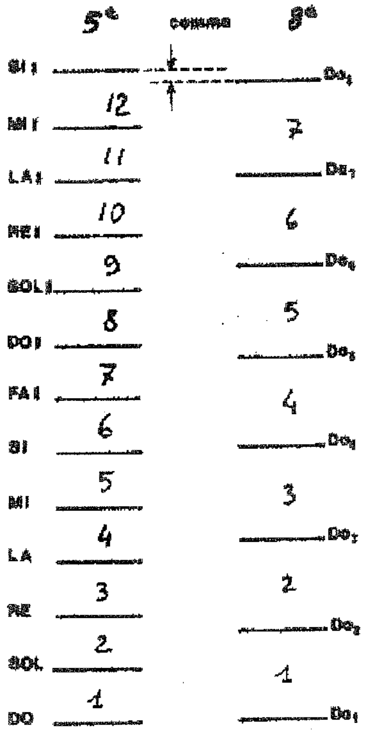
n.° delle ottave

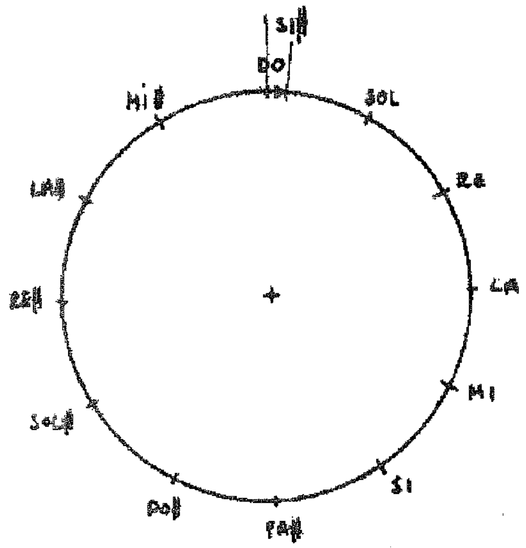
$$\frac{(3/2)^{12}}{(2)^{7}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12} \text{x} \left(\frac{1}{2}\right)^{7} = \frac{3^{12}}{2^{12}} \text{x} \frac{1}{2^{7}} = \frac{3^{12}}{2^{19}} = \frac{531441}{524288} = 1{,}0136 \text{ (comma pitagorico)} \cong 24 \text{ cents}$$

(*) *Progressione geometrica*: è una successione di numeri tali che il rapporto fra un termine qualunque e il suo precedente sia costante. Questo rapporto costante si chiama *ragione*.

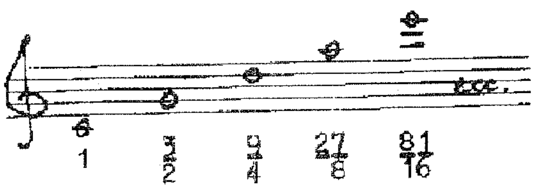
Progressione degli intervalli	*do*	*sol*	*re*	*la*	*mi*	
di 5ª (ragione 3/2):	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{81}{16}$	...
Ottave:	0	1	2	3	4	...

Circolo delle quinte

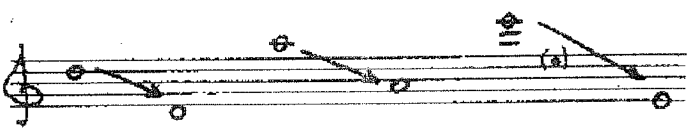




Traducendo il concetto matematico nella nostra notazione musicale, possiamo identificare con le seguenti note la progressione geometrica del rapporto di quinta:



È evidente che già al terzo termine della progressione si oltrepassa l'ambito dell'ottava. È quindi necessario far rientrare le eccedenze nell'ambito stesso, dividendo, una o più volte, per 2 i rapporti interessati al caso, in modo che il risultato sia compreso fra 1 e 2. Premesso che le note Do e Sol restano invariate perché sono già nell'ambito dell'ottava, le frazioni rimanenti esprimenti le altre note vengono così ridotte:

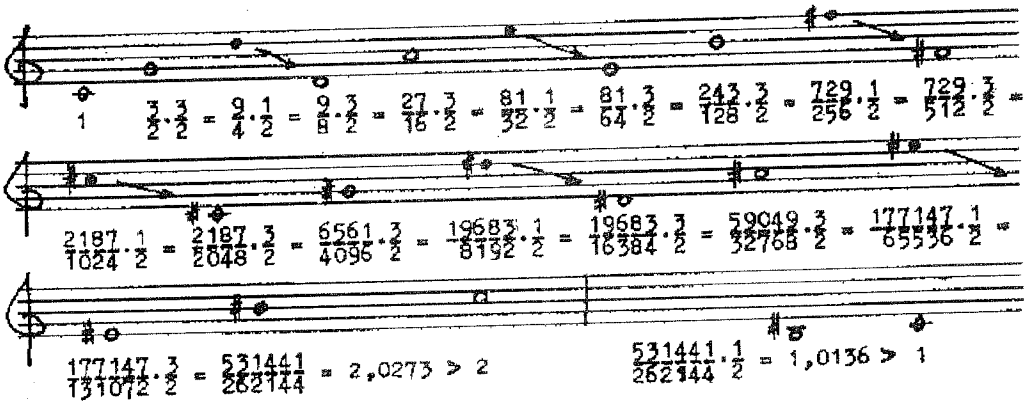


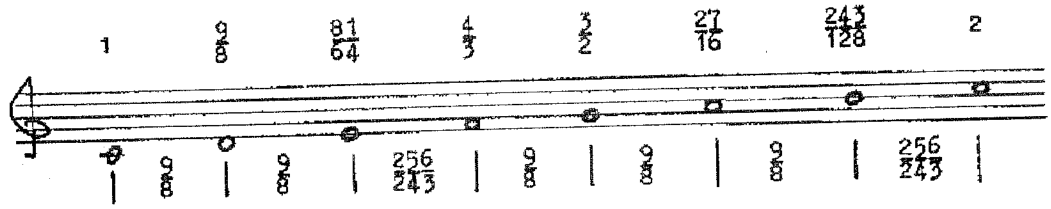
$$\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{9}{8} \qquad \frac{27}{8}\cdot\frac{1}{2} = \frac{27}{16} \qquad \frac{81}{16}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{81}{64}$$

Costruzione della scala pitagorica

1) *Serie dei diesis* (circolo delle quinte in senso orario). Partendo dal Do$_1$ del monocordo (l = 1; f = 1) si procede 'aggiungendo' sempre una quinta (cioè *moltiplicando* per 3/2) fino al dodicesimo termine della progressione (Si#>Do).

Le frequenze così determinate, si riportano ora sulla scala diatonica al di sopra di ciascuna nota; si calcolano inoltre gli intervalli tra i vari gradi della scala.(*)





(*) Calcolo degli intervalli: per sottrarre si divide; per sommare si moltiplica. Cfr. cap. 9.4.

Es.: $\dfrac{mi}{re} = \dfrac{81/64}{9/8} = \dfrac{81}{64} \cdot \dfrac{8}{9} = \dfrac{9}{8}$

---

2) *Serie dei bemolli* (circolo delle quinte in senso antiorario). Partendo dal Do$_2$ del monocordo (l = ½ ; f = 2) si procede 'sottraendo' sempre una quinta (cioè *dividendo* per 3/2 ovvero moltiplicando per 2/3) fino al dodicesimo termine della progressione (Re*bb*<Do).

N.B.: è possibile stabilire tutta la successione delle note cromatiche, ma non è certo che i Greci abbiano usato tutti questi suoni.

Osservazioni

1) Da questa scala risulta che quello che noi chiamiamo *semitono* (Mi/Fa e Si/Do) non è la metà del tono:

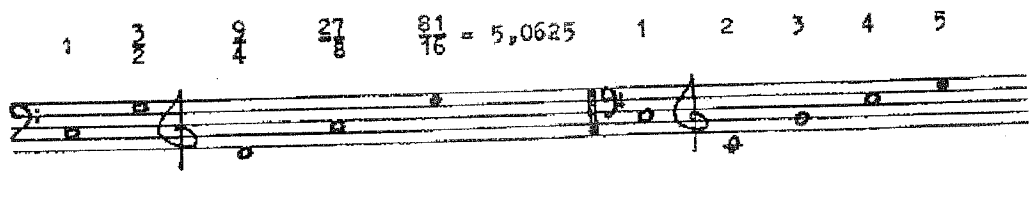
tono	= 9/8	= 1,125
semitono	= 256/243	= 1,053479

«I semitoni sono così chiamati, a quanto sembra, non perché siano la vera metà di un tono, ma piuttosto perché non sono toni interi» (Boezio).

2) Le note della serie dei diesis risultano più acute di quelle ad esse vicine della serie dei bemolli (ad esempio: Do#>Reb; Si#>Do, ecc.).

3) Si deve inoltre ricordare che gli unici numeri che compaiono nei rapporti di frequenza della scala pitagorica sono il 3 e il 2, e le loro potenze; non vi figurano affatto i numeri 5, 7, 11. Invece i rapporti di frequenza di una nota e delle sue varie armoniche sono rappresentati dalla serie completa dei numeri 2, 3, 4, 5, 7, ecc., cosicché la maggior parte delle "armoniche" non trova – nella scala pitagorica – le note corrispondenti.

Si confronti, ad esempio, la quinta armonica del Do, che ha frequenza quintupla della nota fondamentale, con la nota della scala pitagorica che più le si avvicina, la quale è espressa dal rapporto 81/16, ossia, in valore decimale, 5,0625 volte la frequenza della nota fondamentale.



Vita e impiego della scala pitagorica

La scala pitagorica ebbe vita bimillenaria; a poco a poco cadde in disuso col progredire della polifonia, il cui sviluppo trovava un freno nelle durezze d'armonia che la scala stessa inevitabilmente comportava.

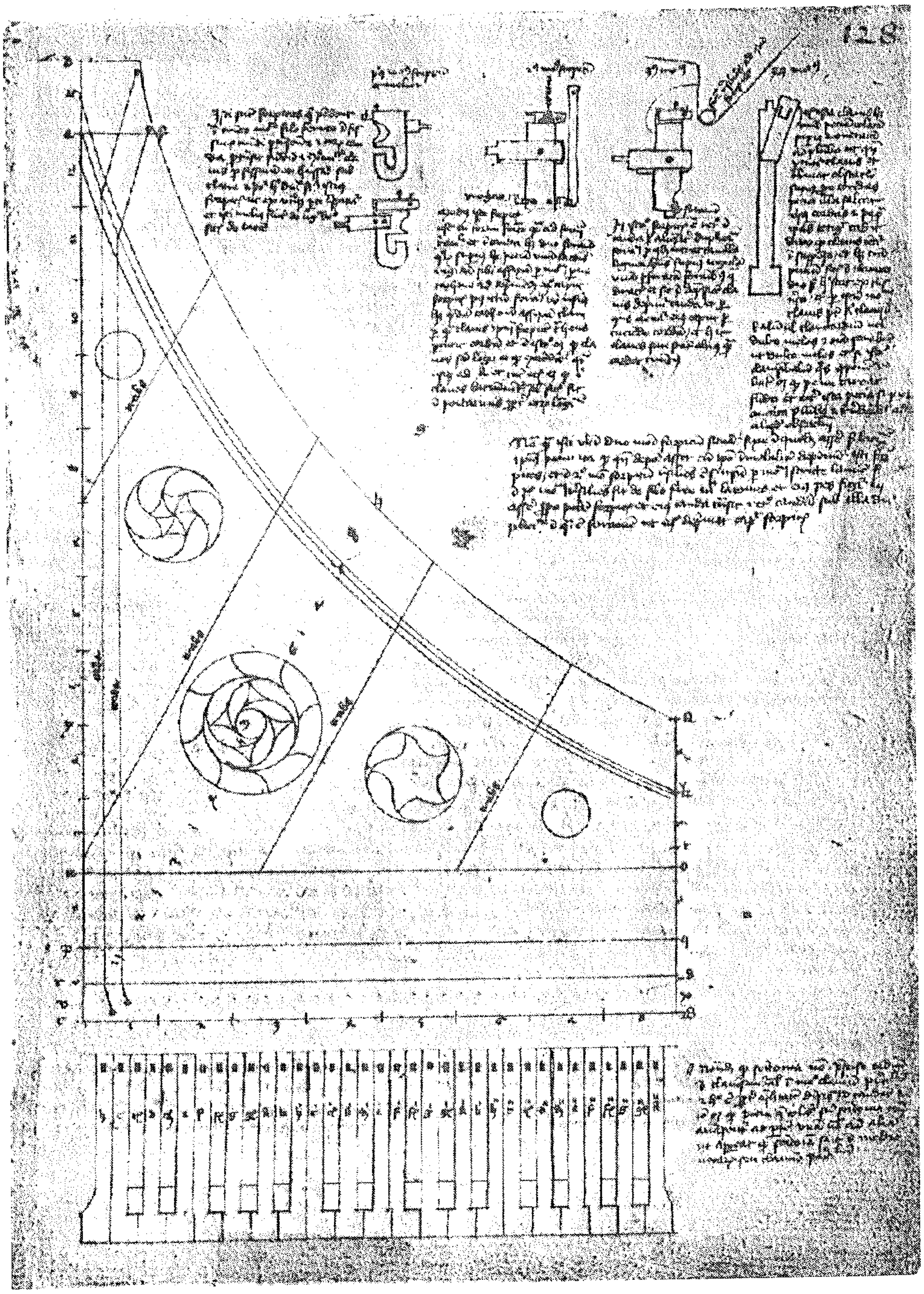
Nel Medioevo la musica era soprattutto monodica; i problemi di accordatura non si ponevano dunque come tali poiché non si era affatto preoccupati dall'aspetto "verticale" della musica. Ma, con la venuta dell'*organum*, che "armonizzava" le melodie per quinte e per quarte parallele, si è visto apparire il sistema pitagorico a quinte perfettamente pure.

Il sistema di accordatura pitagorico (in vigore nell'antichità, nel Medioevo e sino agli ultimi decenni del XV secolo) è eccellente per musica puramente monodica (come quella dell'antichità classica e il canto gregoriano) ed ha potuto restare in vigore durante le prime fasi della polifonia, allorché gli intervalli armonici di terza maggiore e terza minore non erano ancora entrati definitivamente nel rango delle consonanze (cfr. la tabella nel cap. 9.6).

La particolarità del sistema pitagorico è quella di produrre delle terze maggiori di consonanza piuttosto dura e rude. È così che, durante tutto il Medioevo, si è considerata la terza maggiore come una dissonanza, portando invece tutta l'attenzione sulla consonanza di quinta giusta.

Questo sistema di accordatura per quinte giuste o pure (detto anche accordatura "gotica") è attestato ancora nel XV sec., per gli strumenti a tastiera, in un manoscritto di Henri Arnault (o Arnaut) di Zwolle (1400 ca.-1466), medico, astrologo, astronomo e organologo fiammingo di origine francese.

Di lui ci rimane un manoscritto in latino, scritto probabilmente intorno al 1440 a Digione (e oggi conservato nella Biblioteca Nazionale di Parigi), che contiene una sezione scientifica e astronomica ed una sezione musicale. In quest'ultima, sono particolarmente interessanti le descrizioni molto dettagliate (con tabelle, diagrammi, disegni) di vari strumenti, tra cui il clavicordo, l'organo, il liuto, il *clavisimbalum*, il dulce melos, l'arpa.



9.8. La scala dei rapporti semplici, detta anche "naturale" e zarliniana.

Il nome di scala naturale, così come quello di zarliniana, rischia di offuscare la vera origine di questo sistema musicale, che non può dirsi naturale, perché la natura e i suoi fenomeni acustici non hanno creato la scala musicale, e che non può dirsi zarliniana se non nei limiti del grande merito che si deve a Gioseffo Zarlino (*Istitutioni Harmoniche*, 1558), non per aver inventato il sistema, che era a lui preesistente, ma per averne compresa l'importanza per lo sviluppo della musica tonale e della conseguente nuova armonia.

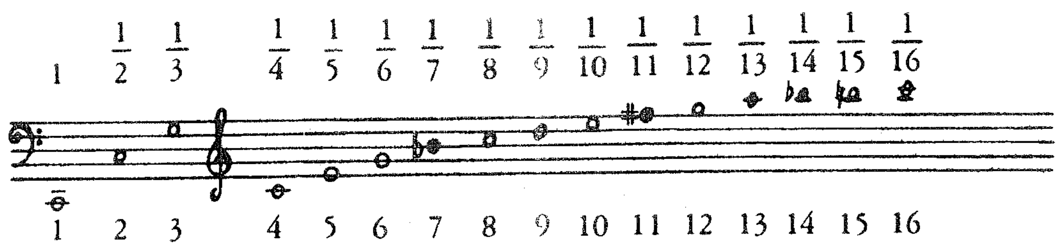
Ma perché il nome di scala dei rapporti semplici? Per affinità con il concetto matematico (e geometrico) di rapporto semplice, che nel nostro caso indica non soltanto la semplicità dei rapporti frazionari relativi alle consonanze che sono alla base di questo sistema, ma anche a quella dei rapporti tra le frazioni stesse.

Va qui osservato che ancora prima della vera e propria "scoperta" del fenomeno acustico dei suoni armonici concomitanti (cfr. 6.1.1.2), i teorici erano arrivati per via matematica a stabilire gli intervalli "naturali". È stato infatti accertato che quanto più il rapporto tra le lunghezze di corde vibranti è semplice, tanto più "gradevole" risulta al nostro orecchio l'unione dei due suoni.

La scoperta e la definizione matematica dei suoni armonici

L'origine di questa scala è stata collegata da qualche teorico al fenomeno dei suoni armonici. Per dimostrare l'assurdità di questo abbinamento genetico basta ricordare che la scoperta e la definizione fisica e matematica dei suoni armonici è stata data dal fisico francese Joseph Sauveur nel 1701.

Gli intervalli "naturali" ci vengono offerti dai suoni armonici che accompagnano il suono fondamentale emesso da un corpo sonoro (corda o colonna d'aria):



• I numeri d'ordine (1, 2, 3, ecc.) coincidono con le frequenze dei singoli suoni (avendo posta eguale a 1 la frequenza del suono fondamentale).

• I numeri inversi (1, 1/2, 1/3, ecc.) esprimono le lunghezze dei tratti in cui la corda (o la colonna d'aria) viene sezionata (frazionamento che al momento della vibrazione si produce naturalmente con la creazione di nodi e ventri.

L'intervallo di 3ª maggiore (5/4)

La priorità ideativa del punto base del sistema spetta ad Archita di Taranto (428-347 a.C.), che con l'identificazione della consonanza perfetta della terza maggiore di 5/4 individuò la chiave di volta che sostiene tutta l'architettura del sistema stesso e che conduce alla formazione della scala dei rapporti semplici.

Ad Archita seguirono, qualche secolo più tardi, i greco-latini Didimo e Tolomeo, ma tutto rimase praticamente nell'ambito della pura teoria.

Do — *Mi* — *Mi* — *Fa* $\mid \frac{5}{4} \mid \frac{36}{35} \mid \frac{28}{27} \mid$	ARCHITA DI TARANTO (428-347 a.C.) Per la prima volta appare nel tetracordo greco la terza maggiore pura (tetracordo di genere *enarmonico*)
Do — *Re* — *Mi* — *Fa* $\mid \frac{9}{8} \mid \frac{10}{9} \mid \frac{16}{15} \mid$	DIDIMO (I sec. a.C.) Tetracordo di genere *diatonico*
Do — *Re* — *Mi* — *Fa* $\mid \frac{10}{9} \mid \frac{9}{8} \mid \frac{16}{15} \mid$	TOLOMEO (138-180 d.C.) Tetracordo di genere *diatonico*
Do — *Re* — *Mi* — *Fa* $\mid \frac{9}{8} \mid \frac{10}{9} \mid \frac{16}{15} \mid$	GIOSEFFO ZARLINO (1517-1590) Scala diatonica, primo tetracordo

---

È solo verso la fine del primo millennio dell'era volgare che, con i grandi teorici arabi, troviamo le prime concrete applicazioni melodiche delle consonanze delineate da Archita quindici secoli prima.

L'intervallo di terza maggiore e minore, già impiegato nella polifonia delle Isole Britanniche, si diffonde stabilmente nell'Ars nova.

Si è accertato che cantando le terze, la terza cantata non risultava dal sistema allora vigente (scala pitagorica), ma corrispondeva ad una proporzione più semplice. Col progressivo affermarsi dell'armonia, la inadeguatezza, ai fini della consonanza, delle terze e delle seste pitagoriche diventa sempre più manifesta: è infatti nell'armonia che gli effetti delle consonanze e dissonanze si rivelano con maggiore incidenza, e ciò dipende da ragioni oggettive che hanno nel fenomeno dei battimenti la loro causale fisica.

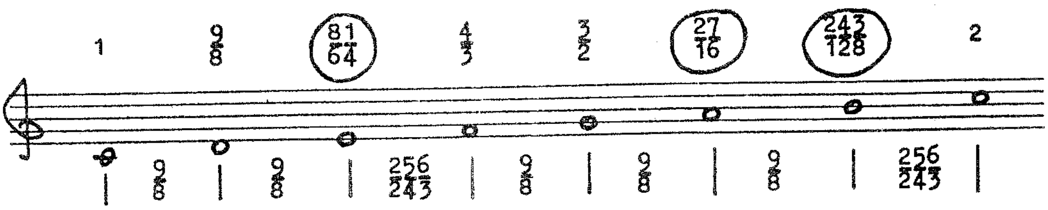
La terza "naturale" (5/4) risponde al senso armonico, quale si sviluppa nel corso del XV sec. Il suo valore acustico, riconosciuto teoricamente nel 1482 da Ramos de Pareja e nel 1529 da Ludovico Fogliani, fu sanzionato nel 1558 da Gioseffo Zarlino nel sistema "naturale", basato esclusivamente sulle combinazioni tra i numeri da 1 a 6 (il cosiddetto "numero senario") e i loro prodotti.

Gli intervalli ottenuti basandosi esclusivamente sulle combinazioni tra i numeri da 1 a 6 e i loro prodotti sono:

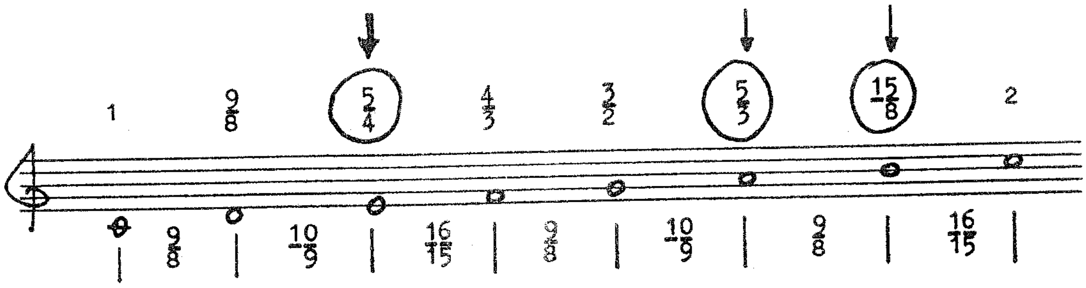
Ottava:	2/1	(proporzione dupla)
Quinta giusta:	3/2	(proporzione sesquialtera)
Quarta giusta:	4/3	(proporzione sesquiterza)
Terza maggiore:	5/4	(proporzione sesquiquarta)
Terza minore:	6/5	(proporzione sesquiquinta)
Seconda maggiore grande:	9/8	(proporzione sesquiottava)
Seconda maggiore piccola:	10/9	(proporzione sesquinona)
Seconda minore (semitono diatonico):	16/15	(proporzione sesquidecima)

Sulla base di tali intervalli, la scala diatonica "naturale" (prendendo come base Do) viene ad essere composta come segue.

1) *Scala pitagorica*



2) *Scala zarliniana*



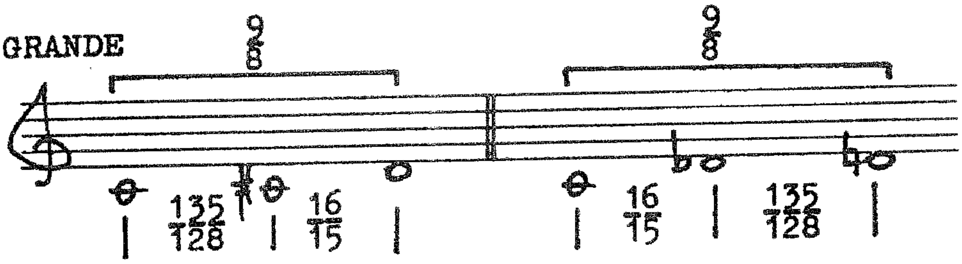
Nel passaggio dall'una all'altra scala, si noti la sostituzione dei rapporti "complessi" (scala pitagorica) con rapporti più "semplici" (scala zarliniana). Tutti gli altri suoni conservano il loro rapporto originario.

Osservazioni

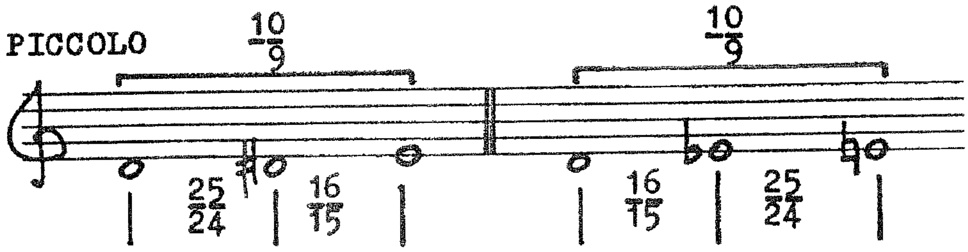
La nuova scala si differenzia dalla prima per il tipo di tono:

tono grande	9/8	= 1,125
tono piccolo	10/9	= 1,111

TONO GRANDE



TONO PICCOLO



Volendo suddividere i toni in semitoni (trasformando quindi la scala diatonica in cromatica) si ottiene:

- il tono grande o seconda maggiore grande (9/8) si suddivide in:

  - semitono diatonico (16/15, intervallo che già conosciamo);
  - semitono cromatico grande (135/128);

- il tono piccolo o seconda maggiore piccola (10/9) si suddivide in:

  - semitono diatonico (16/15);
  - semitono cromatico piccolo (25/24);

Inoltre la suddivisione può avvenire in due modi, a seconda che il semitono diatonico preceda o segua quello cromatico.

Un ulteriore intervallo nasce dalla scomposizione del tono grande:

tono grande {
- semitono diatonico grande (27/25)
- semitono cromatico piccolo (25/24)

Nel sistema "naturale" esistono quindi:

- 2 differenti toni:
  - grande (9/8)
  - piccolo (10/9)

- 3 differenti semitoni:
  - diatonico (16/15)
  - cromatico grande (135/128)
  - cromatico piccolo (25/24)

Inoltre ogni nota alterata da *diesis* risulta più grave della successiva nota alterata da *bemolle*.

La "differenza" è maggiore (128/125 = 41,059 cents) tra i due suoni in cui si scompone il tono piccolo (es. Re# e Mi*b*), più tenue (2048/2025 = 19,5526 cents) tra i due suoni in cui si scompone il tono grande (es. Do# e Re*b*).

Notiamo che l'intervallo di terza maggiore (5/4) si trova tra le note Do-Mi, Fa-La e Sol-Si; la terza minore (6/5) tra Mi-Sol, La-Do e Si-Re; la quinta giusta (3/2) tra Do-Sol, Mi-Si, Fa-Do, Sol-Re e La-Mi; la quarta giusta (4/3) tra Do-Fa, Re-Sol, Mi-La, Sol-Do e Si-Mi.

La quinta Re-La non è giusta, ma è più "stretta" di un comma sintonico (v. più avanti) ed è espressa dalla frazione 40/27:

$$\frac{LA}{RE} = \frac{5/3}{9/8} = \frac{5}{3} \times \frac{8}{9} = \frac{40}{27}$$

9.5.1. Differenza fra terza pitagorica e terza naturale.

	Do		Re		Mi	
Scala pitagorica:	|	$\frac{9}{8}$	|	$\frac{9}{8}$	|	$\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} = \frac{81}{64}$
Scala zarliniana:	|	$\frac{9}{8}$	|	$\frac{10}{9}$	|	$\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{5}{4}$

La differenza fra terza pitagorica e terza zarliniana è data quindi da:

$$\frac{81/64}{5/4} = \frac{81}{64} \times \frac{4}{5} = \boxed{\frac{81}{80}} = 1{,}0125 \text{ (comma sintonico)} = 22 \text{ cents}$$

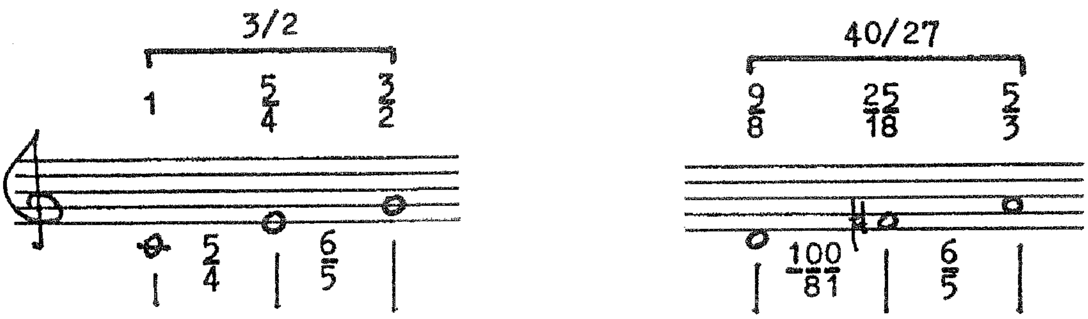
ma il tono Do-Re (9/8) è comune alle due scale (pitagorica e zarliniana), e quindi il comma sintonico equivale alla differenza dei due diversi valori del tono Re-Mi, cioè tono grande (9/8) e tono piccolo (10/9).

Questa differenza, ossia il cosiddetto comma sintonico (81/80), è fonte di <u>notevole difficoltà di applicazione di questa scala</u>, e lo stesso Zarlino ne suggerì diversi 'accomodamenti' che tuttavia non risolsero il problema.

Limiti della scala dei rapporti semplici

Il sistema dei rapporti semplici <u>non permette la libera transizione da una tonalità all'altra</u>, se non in un ambito molto ristretto di tonalità vicine (cioè che differiscono per un solo accidente in più o in meno); questa limitazione pose indubbiamente un freno allo sviluppo dell'armonia.

L'esempio che segue mostra una triade di Do maggiore ed il suo trasporto un tono sopra, in Re maggiore: come si può facilmente osservare, la triade costruita su Re è diversa da quella precedente.



9.9. Il temperamento.

Temperamento: da "temperare", ossia regolare, moderare, disporre convenientemente, diminuire l'eccesso; anche in musica vale per "giusta misura di cose unite assieme". Nella pratica musicale indica il sistema che viene usato per regolare l'accordatura degli strumenti musicali, in relazione al tipo di scala da realizzare.

Il sistema zarliniano, che rispondeva ammirevolmente all'estetica della musica vocale, non poteva però adattarsi agli strumenti a tastiera senza essere "temperato": esso contiene, infatti, alcune anomalie e contraddizioni che per secoli hanno dato filo da torcere a teorici, costruttori e accordatori di strumenti.

Il problema cruciale è rappresentato dall'impossibilità di conciliare e far coesistere due degli intervalli fondamentali: la 3ª maggiore e la 5ª giusta.

Se ora consideriamo la scala "naturale" più sopra riportata, noteremo che la terza Do-Mi è sì acusticamente pura, e così anche le quinte Do-Sol, Sol-Re, La-Mi; non così invece la quinta Re-La, che è stretta (40/ 27) tanto da risultare intollerabile per l'orecchio: essa è più scarsa della quinta giusta (3/2) esattamente dell'intervallo del *comma sintonico* (infatti 3/2 : 81/ 80 = 40/27).

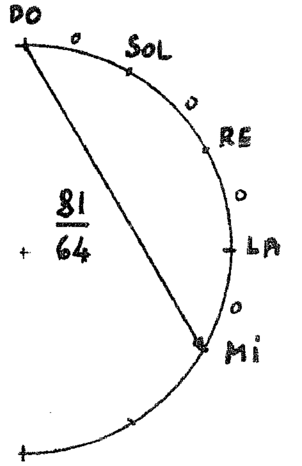
A) *Conservazione delle quinte pure*

È evidente dunque che, volendo conservare la giustezza di tutte le quinte, tutte le terze maggiori risulteranno sovrabbondanti di un *comma sintonico* (e le terze minori diminuite dello stesso intervallo): è quanto avviene nel sistema pitagorico, basato appunto sulla serie delle quinte giuste pure.

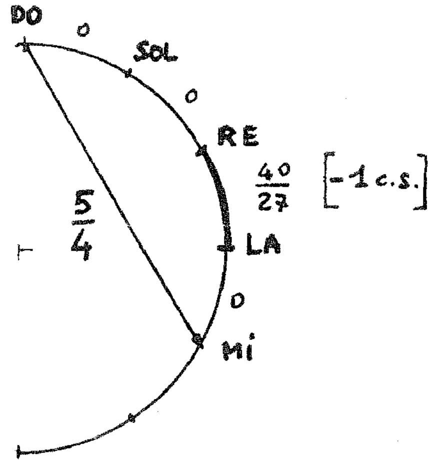
B) *Conservazione delle terze pure*

Se invece vorremo conservare alle terze maggiori la purezza d'intonazione, dovremo – come nel sistema "naturale" – diminuire di un comma sintonico una quinta ogni quattro.

A
SCALA PITAGORICA
(quinte pure)



B
SCALA ZARLINIANA
(terze maggiori pure)



0 = quinta giusta (cioè senza alcun battimento): 3/2

L'intervallo di terza viene creato con una successione di quattro quinte.

Se si accordano quattro quinte giuste la terza risulta troppo grande di un comma sintonico (A); se su quattro quinte ne accorciamo una di un comma sintonico, allora otteniamo la terza giusta ma abbiamo questa quinta (Re-La) talmente scarsa (40/27) che risulta insopportabile (B).

Nessuna delle due soluzioni è soddisfacente, risultando sia l'aumento di un comma della terza maggiore (A), sia la diminuzione di un comma della quinta (B) pressoché inaccettabili all'orecchio.

Lo schema sopra riportato illustra con chiarezza il problema cruciale, cioè l'impossibilità di far coesistere due degli intervalli fondamentali: la terza maggiore giusta e la quinta giusta. Bisogna perciò rinunciare alla "purezza" di uno dei due intervalli.

Nel Medioevo, come abbiamo visto (cfr. 9.7) si propende per la prima soluzione (A), cioè le quinte pure del sistema pitagorico. Dal Rinascimento in poi, con lo svilupparsi dell'armonia, l'interesse si sposterà invece sull'intervallo di terza (B).

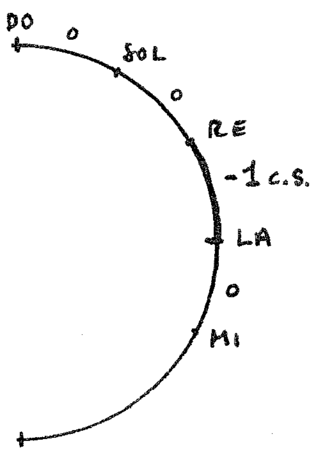
Di qui nasce la necessità di un "temperamento" degli intervalli, o di alcuni di essi, mirante a raggiungere un compromesso accettabile.

Realizzazione del temperamento

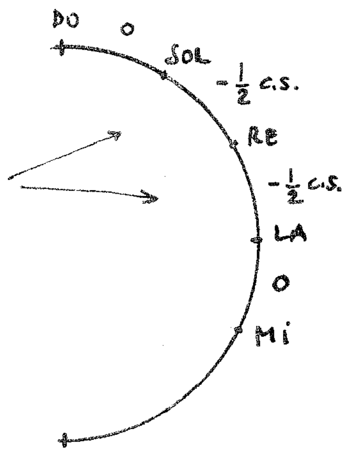
Per risolvere questo problema, gli antichi hanno pensato questo: una quinta su quattro diminuita di un comma sintonico intero non è tollerabile (B), per cui suddividiamo questo comma in quattro parti (quattro infatti sono le quinte che in successione creano una terza). Anziché avere una sola quinta (Re-La) diminuita di un comma intero e le altre tre (Do-Sol, Sol-Re, La-Mi) giuste, diminuiamo tutte e quattro di 1/4 di comma sintonico ciascuna: otteniamo così delle quinte con dei battimenti (risultano infatti leggermente calanti), ma pur sempre tollerabili.

Facendo queste quinte scarse abbiamo una terza pura (5/4). L'accordo risulta bello anche se la quinta è scarsa, e questo non solo per ragioni psicologiche – non è la purezza della terza che ci fa dimenticare l'impurità della quinta – proprio dal punto di vista acustico avviene un aggiustamento, per cui se si suona una quinta vuota si sentono i battimenti, ma con la terza praticamente non si sentono più.

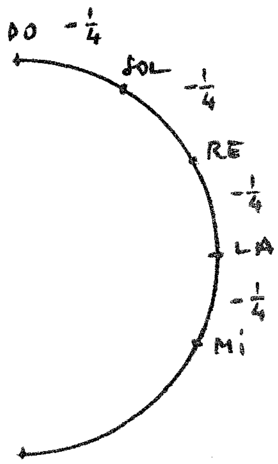
Il primo settore del circolo delle quinte interessato dal comma sintonico può essere variamente "temperato" distribuendo tale comma su tutte le quinte o solo su alcune.



È interessata solo una quinta



Sono interessate due quinte (Fogliano 1529)



Sono interessate tutte e quattro le quinte nella stessa misura

9.9.1. I vari tipi di accordatura e temperamento.

Innumerevoli sistemi di accordatura e temperamento sono stati escogitati ed adottati nelle varie epoche per gli strumenti ad intonazione "fissa".

La storia dell'accordatura degli strumenti a tastiera si può riassumere distinguendo quattro tipi successivi di accordatura:

1) sistemi in cui si favorisce l'esattezza dello intervallo di 5ª (accordatura pitagorica);

2) sistemi in cui si favorisce l'esattezza dello intervallo di 3ª maggiore (temperamento mesotonico);

3) sistemi che favoriscono alcune "tonalità" rispetto ad altre (temperamenti di transizione, del tardo '600 e del '700);

4) sistemi di ripartizione "equabile" più o meno approssimata (temperamento equabile).

I temperamenti usati per dividere l'ottava sono di due tipi:

- equabili (sono tutti quelli che ripartiscono l'ottava in un numero qualsiasi di intervalli di uguale grandezza);

- inequabili (sono tutti gli altri tipi);

inoltre possono essere:

- regolari (se tutte le quinte sono della stessa grandezza: temperamento mesotonico ed equabile);

- irregolari (se le quinte sono di grandezza diversa).

Tavola sinottica sommaria dell'evoluzione dell'accordatura

1450	
	sistema pitagorico
1500	
1600	mesotonico (3^e magg. pure)
1700	
	temperamenti di transizione
1800	
1850	
	temperamento equabile

Qui di seguito sono brevemente descritti due dei tipi principali di temperamento: quello mesotonico e quello equabile.

9.9.1.1. Il temperamento mesotonico (accordatura con terze maggiori pure).

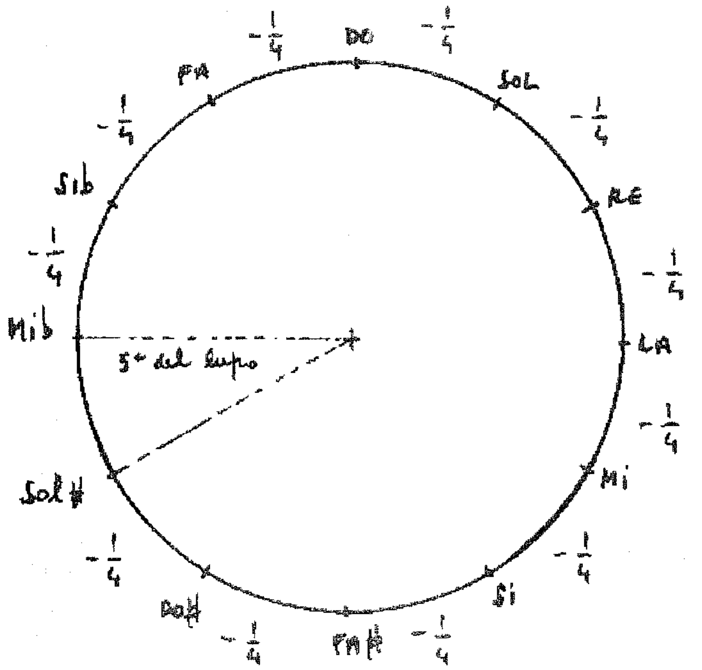
In questo tipo di temperamento, normalmente in vigore nel XVI sec. ed ancora attestato in pieno XVIII sec., tutte le terze maggiori vengono conservate pure (5/4) e conseguentemente vengono egualmente diminuite le quinte di 1/4 di comma sintonico.

È un temperamento equabile, nel senso che tutte le quinte sono calanti allo stesso modo, ed è definito "del tono medio" o mesotonico (ingl. *mean tone temperament*; ted. *mitteltönige Temperatur*;) perché l'intervallo di tono in esso impiegato corrisponde ad un valore medio tra il tono grande (9/8) e il tono piccolo (10/9) del sistema "naturale" codificato da Zarlino.

Poiché undici quinte sono strette di 1/4 di comma sintonico, il circolo non può essere chiuso: l'ultima nota ottenuta con l'accordatura dell'ordine dei diesis (il Sol#) non forma infatti una quinta con l'ultima nota dell'ordine dei bemolli (il Mi*b*); si tratta in realtà di una sesta diminuita fortemente dissonante che gli antichi chiamavano "quinta del lupo".

Gli accidenti sono accordati come Do#, Mi*b*, Fa#, Sol#, Si*b*; di conseguenza brani con più di 3# o 2*b* non sono eseguibili; sono inoltre impossibili i passaggi enarmonici.

Le note della serie dei bemolli risultano più acute di quelle ad esse vicine della serie dei diesis (ad esempio: Reb> Do#).



Nel considerare gli antichi tipi di accordatura e di temperamento (in particolare quello mesotonico) è necessario liberarci da un'abitudine a cui ci ha indotti il moderno usuale temperamento: quella di pensare che tutti i suoni e tutti gli intervalli possano essere espressi mediante i 12 suoni rappresentati dai tasti in cui si suddivide l'ottava nei normali strumenti a tastiera.

I dodici tasti tradizionali (che nella loro forma e nel loro ordinamento rispecchiano la graduale evoluzione della tastiera, limitata dapprima alla scala diatonica, poi arricchita di tasti "intermedi" per i suoni cromatici) non rappresentavano per gli antichi che una scelta dei suoni più usuali.

Oltre ai suoni della scala diatonica corrispondenti ai tasti "bianchi", venivano normalmente scelte per i tasti "neri" le seguenti note cromatiche: Do#, Mi*b*, Fa#, Sol#, Si*b*.

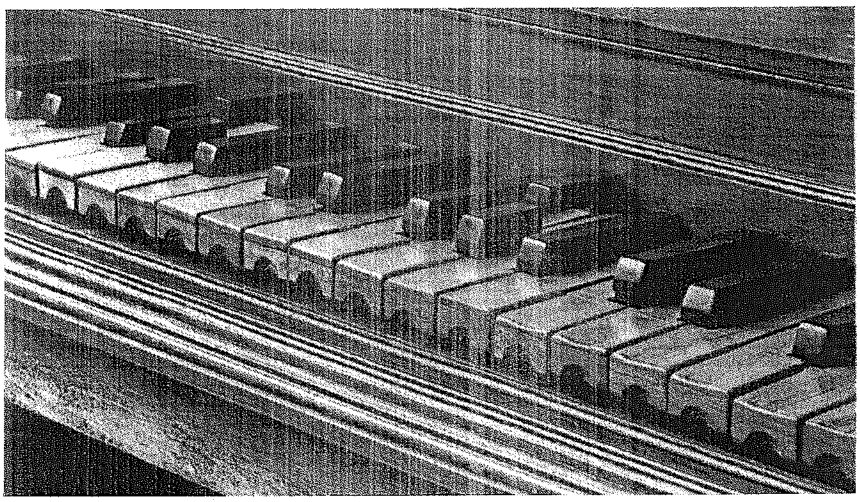
Non esistendo normalmente nel temperamento classico possibilità di ambivalenze "enarmoniche", rimanevano preclusi dalle tastiere normali tutti gli altri suoni: in altre parole, l'esecutore non poteva suonare con più di tre diesis e due bemolli.

Questo tipo di temperamento imponeva perciò dei limiti; limiti entro cui si attiene l'antica letteratura destinata a normali strumenti a tastiera; limiti oltre cui fino ai primi decenni del XVII sec. raramente si sentiva il bisogno di evadere.

I tasti "spezzati"

Non mancano tuttavia esempi di allargamento dei limiti stessi: ciò avveniva aumentando il numero dei tasti. L'aggiunta più frequente è quella delle note Re# e La*b*; essa veniva effettuata "spezzando" in due parti i tasti "neri" tra Re-Mi e Sol-La: una metà serviva rispettivamente per le note Re# e Sol#, l'altra per le note Mi*b* e La*b*.

Tastiere eccezionali potevano raggiungere il numero di 19 o addirittura di 31 tasti per ottava.



Bologna, Basilica di S. Petronio: tastiera dell'organo di Lorenzo da Prato (1471-75) con tre tasti "scavezzi" o spezzati (La$b_{1\text{-}2\text{-}3}$). Il tasto spezzato superiore è per il La*b*, quello inferiore per il Sol#.

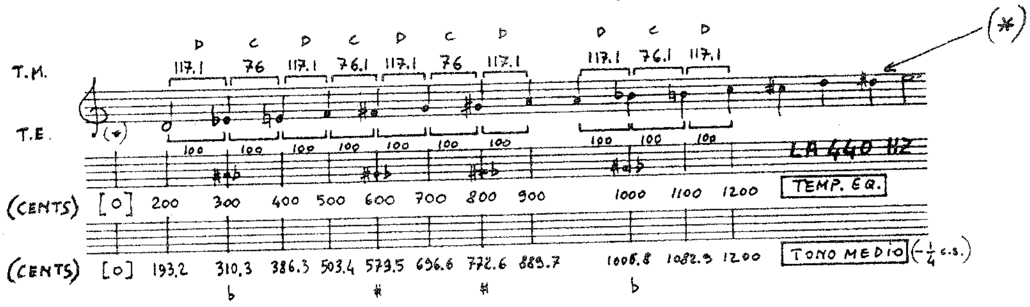
Le orecchie moderne del XXI sec. sembrano forse sorprese, ossia "choccate", all'audizione di certi sistemi di accordatura. Esse avranno l'impressione di ascoltare qualche cosa di "stonato" mentre, in realtà, si tratta di qualcosa di "differente".

Si scopre allora che tutto non è che una questione di abitudine e che, nel mondo infinito dei suoni, tutto è relativo; la maggioranza dei testi antichi prova, d'altronde, che i nostri antenati ritenevano "insopportabili" le consonanze del nostro temperamento equabile.

Esempio musicale

Capriccio cromatico

T. Merula
(1595 ca.-1665)



(*) Se non c'è il tasto "spezzato", si suona Mi*b*.

T.M. = TEMPERAMENTO MESOTONICO: semitono diatonico (D) = 117,1 cents (es. Re-Mi*b*; Mi-Fa)

semitono cromatico (C) = 76 cents (es. Fa-Fa#)

3ª maggiore "naturale" (5/4) = 386.314 cents

5ª giusta (3/2) = 701.955 cents

valore decimale dei toni:

tono grande (9/8)	= 1,125
tono "medio"	= 1,118034
tono piccolo (10/9)	= 1,111

T.E. = TEMPERAMENTO EQUABILE: semitono diatonico = semitono cromatico

9.9.1.2. Il temperamento equabile.

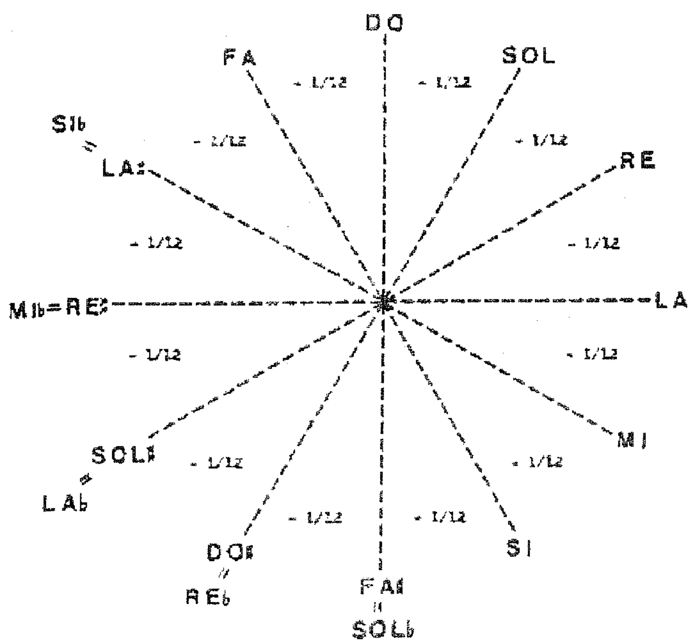
Il temperamento oggi un uso prevede una diminuzione regolare di 1/12 di comma pitagorico su ciascuna quinta. Le terze maggiori risultano tutte uguali e larghe. Ovviamente tutte le tonalità sono disponibili ed illimitata è la possibilità di enarmonizzazione.

Questi vantaggi tuttavia si pagano a caro prezzo:

- non c'è nessun intervallo puro;
- le terze sono particolarmente cattive (tutte), dando alla triade un suono incerto e senza riposo;
- non c'è differenza fra le varie tonalità;
- le tensioni melodiche sono ridotte;
- il temperamento è difficile da determinare.

All'inizio del XVI sec. esistevano già schemi di accordatura corrispondenti ad un temperamento praticamente equabile (i liuti e gli strumenti similari erano accordati a temperamento equabile).

Fino al XVIII sec. il temperamento equabile non divenne comune per gli strumenti a tastiera: la riluttanza ad abbandonare l'individualità delle tonalità sostenne in ciò un ruolo particolare, ma le obiezioni principali si riferivano alla sgradevolezza delle terze. Queste sono più sopportabili sul pianoforte (a causa della sua carenza di armonici superiori) e non può essere solo una coincidenza il fatto che il temperamento equabile abbia avuto poche possibilità fino alla ascesa del pianoforte.



È normale abitudine oggi riservare il termine di temperamento equabile esclusivamente al temperamento oggi in vigore (diminuzione delle quinte di 1/12 di comma pitagorico con conseguente suddivisione dell'ottava in dodici semitoni uguali) definendo inequabili tutti gli altri tipi di temperamento. Ciò è pertinente se si riferisce il termine alla divisione dell'ottava in dodici parti. Riferendo il termine al temperamento degli intervalli, va sottolineato che i tipi di accordatura per quinte giuste pure; con terze maggiori pure; con quinte e terze maggiori temperate, vanno anch'essi considerati equabili, essendovi infatti alterati allo stesso modo tutti gli intervalli temperati.

Confronto tra le quinte diminuite di 1/12 c.p. e di ¼ c.s.

Confrontiamo le quinte diminuite di 1/12 di comma pitagorico (temperamento equabile) con quelle diminuite di 1/4 di comma sintonico (temperamento mesotonico).

- comma pitagorico = $\dfrac{531441}{524288} = 1{,}0136 = 23{,}43 \cong 24$ cents

- comma sintonico = $\dfrac{81}{80} = 1{,}0125 = 22$ cents

La differenza tra i due valori è minima: la quinta diminuita di 1/4 di comma sintonico batte circa 3 volte di più della quinta diminuita di 1/12 di comma pitagorico.

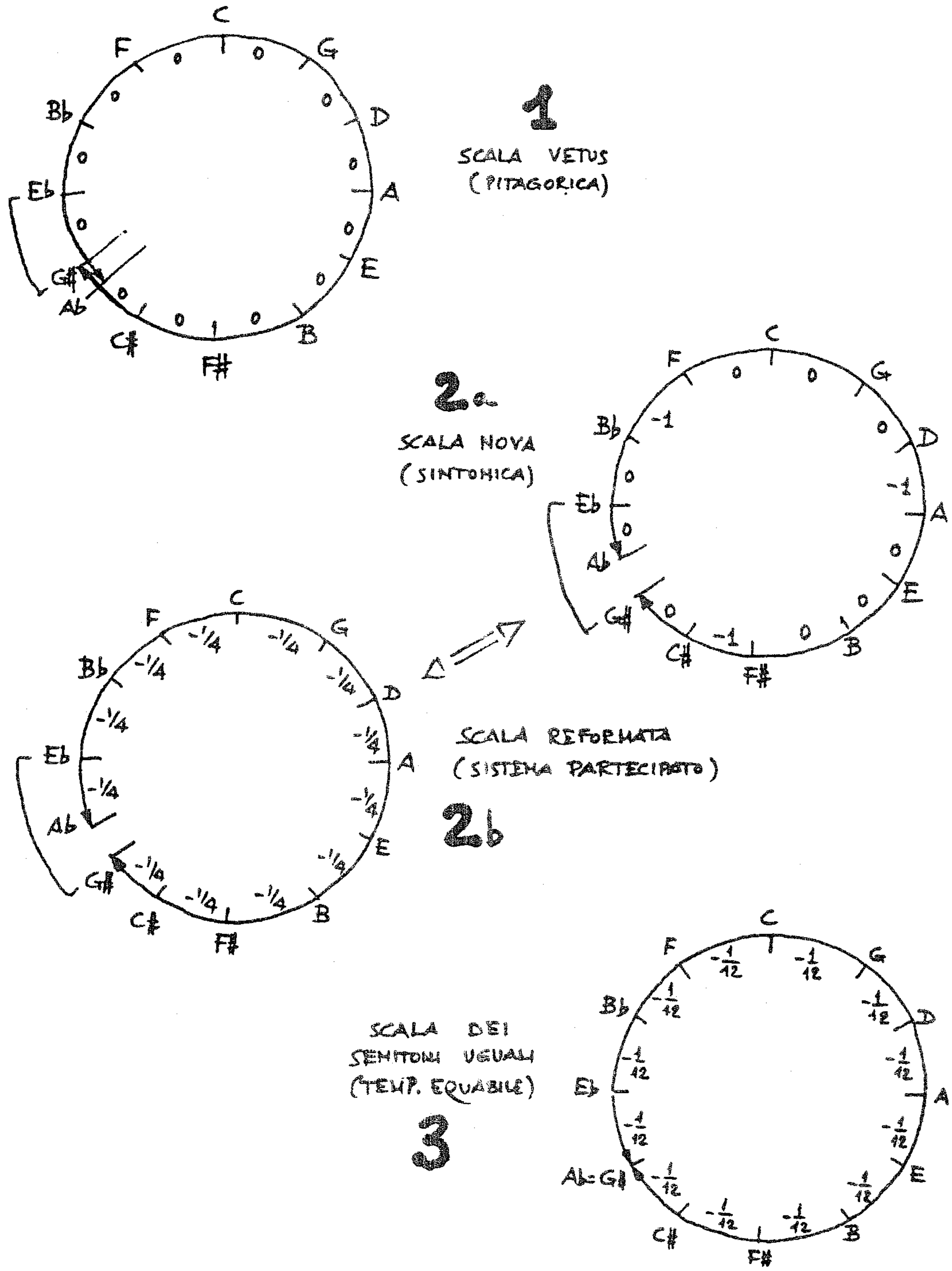
$$\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{12}$$
$$\approx 3$$

* * *

La differenza tra comma pitagorico e comma sintonico è detta *schisma*, piccolo intervallo pressoché equivalente alla 12^a parte del comma pitagorico e all'11^a parte del comma sintonico.

$$\frac{c.p.}{c.s.} = \frac{531441/524288}{81/80} = \frac{531441}{524288} \times \frac{80}{81} = 1{,}001129 = 1 \text{ schisma } (\approx 1/12 \text{ c.p.}; \approx 1/11 \text{ c.s.})$$

9.9.1.3. Riepilogo.



9.9.1.4. Tabelle.

Scala pitagorica

Frequenza (Hz)	Nota	Frazioni	Decimali	Cent
261,6	**DO**	**1/1**	**1,0000**	**0**
275,6	Re*b*	256/243	1,0535	90
279,4	Do#	2187/2048	1,0679	114
294,3	**RE**	**9/8**	**1,1250**	**204**
310,1	Mi*b*	32/27	1,1852	294
314,3	Re#	19683/16384	1,2015	318
331,1	MI	81/64	1,2656	408
348,8	**FA**	**4/3**	**1,3333**	**498**
367,3	Sol*b*	351/250	1,4040	588
372,3	Fa#	729/512	1,4231	612
392,4	**SOL**	**3/2**	**1,5000**	**702**
413,4	La*b*	128/81	1,5802	792
419,1	Sol#	6561/4096	1,6018	816
439,9	LA	27/16	1,6875	906
465,1	Si*b*	16/9	1,7778	996
471,4	La#	59049/32768	1,8020	1020
496,6	SI	243/128	1,8984	1110
523,3	**DO**	**2/1**	**2,0000**	**1200**
265,2	Comma pitagorico	531441/524288	1,0135	24

Scala zarliniana

Frequenza (Hz)	Nota	Frazioni	Decimali	Cent
261,6	**DO**	**1/1**	**1,0000**	**0**
272,5	Do#	25/24	1,0416	70
282,6	Re*b*	27/25	1,0800	134
294,3	**RE**	**9/8**	**1,1250**	**204**
306,6	Re#	75/64	1,1718	274
313,9	Mi*b*	6/5	1,2000	316
327,0	MI	5/4	1,2500	386
348,8	**FA**	**4/3**	**1,3333**	**498**
363,4	Fa#	25/18	1,3888	568
376,7	Sol*b*	36/25	1,4400	632
392,4	**SOL**	**3/2**	**1,5000**	**702**
408,8	Sol#	25/16	1,5625	772
418,6	La*b*	8/5	1,6000	814
436,0	LA	5/3	1,7361	954
454,2	La#	125/72	1,7361	954
470,1	Si*b*	9/5	1,8000	1018
490,5	SI	15/8	1,8750	1088
523,3	**DO**	**2/1**	**2,0000**	**1200**
264,9	Comma sintonico	81/80	1,0125	22

Scala temperata (equabile)

FREQUENZA (HZ)	NOTA	FRAZIONI	DECIMALI	CENT
261,6	**DO**		**1,0000**	**0**
277,2	Do#-Re*b*		1,05946	100
293,4	RE		1,12246	200
311,1	Re#-Mi*b*		1,18921	300
329,6	MI		1,25993	400
349,2	FA		1,33485	500
370,0	Fa#-Sol*b*		1,41421	600
392,0	SOL		1,49831	700
415,3	Sol#-La*b*		1,58740	800
440,0	LA		1,68180	900
466,2	La#-Si*b*		1,78181	1000
493,8	SI		1,88776	1100
523,3	**DO**		**2,0000**	**1200**

Valori dei più importanti intervalli elementari nelle diverse scale musicali

DENOMINAZIONE DELL'INTERVALLO	VALORE DELL'INTERVALLO		
	Rapporto di frequenza	*Valore decimale*	*Cent*
Comma sintonico	81/80	1,01250	22
Comma pitagorico	531441/524288	1,01364	24
¼ di tono temperato	$\sqrt[24]{2}$	1,02930	50
Semitono cromatico 'naturale'	25/24	1,04160	70
Semitono temperato	$\sqrt[12]{2}$	1,05946	100
Semitono diatonico 'naturale'	16/15	1,06666	112
Semitono cromatico pitagorico	2187/2048	1,06790	114
Semitono diatonico naturale grande	27/25	1,0800	134
¾ di tono temperato	$\sqrt[8]{2}$	1,09050	150
Tono piccolo 'naturale'	10/9	1,11111	182
Tono temperato	$\sqrt[6]{2}$	1,12246	200
Tono grande 'naturale' e tono pitagorico	9/8	1,12500	204

9.10. Bach e l'accordatura.

I tentativi di conservare da un lato le terze "naturali" (5/4) del temperamento mesotonico e di poter disporre dall'altro di tutte le tonalità portarono a temperamenti ibridi (pitagorico-mesotonico).

Sfatata la leggenda che il temperamento equabile, già noto in epoca remota, abbia costituito una conquista definitiva raggiunta alle soglie dell'età contemporanea, si va sempre più facendo strada la coscienza dell'intimo rapporto intercorso tra la resa sonora della pagina musicale e i sistemi di accordatura di volta in volta in vigore.

Il "Clavicembalo ben temperato"

Data la complessità del problema, regna tuttora in questo campo una notevole confusione; basti dire che si continua ad additare il *Wohltemperiertes Clavier* ("Il clavicembalo ben temperato") di J.S. Bach quale codificazione del temperamento equabile, quando invece si tratta di una splendida dimostrazione di quella caratterizzazione dei diversi "toni" possibile soltanto con un temperamento *inequabile*.

I diversi "caratteri" dei toni

Sono stati versati fiumi d'inchiostro per esempio sui diversi *caratteri* che i diversi *toni* del cosiddetto *Clavicembalo ben temperato* possono esprimere. Si è detto che Bach è stato uno dei primi a ricercare, a seconda dell'altezza assoluta del suono, differenti atmosfere sonore (per cui egli avrebbe cercato *caratteri* diversi in Do magg., Sol magg., ecc.), e tutto questo si è scritto pensando che Bach avesse concepito *Il clavicembalo ben temperato* per un'accordatura equabile. Infatti, normalmente si dice che *Il clavicembalo ben temperato* è la codificazione del temperamento equabile, e quindi la differenza di un preludio e fuga in Do magg. e uno in Fa# magg. non è altro che la differenza di due diverse altezze assolute di suono.

Questo in realtà non è vero. Anzitutto la diversa altezza assoluta del suono interessava molto poco gli antichi per una semplice ragione: quando Bach suonava all'organo aveva un Do magg. che suonava circa come il nostro Re magg.; quando suonava al cembalo aveva lo stesso Do magg. che suonava come un nostro Si*b* magg.

In quell'epoca non c'era un corista standard, ma c'erano addirittura più coristi: uno per il coro (ted. *Chor-Ton*), uno per la camera (ted. *Cammer-Ton*) ed altri che venivano usati a seconda delle circostanze o del gusto dell'esecutore, per cui l'effetto di un Sol# che suona come Fa# o come La o come Fa o Si*b* non disturbava affatto gli antichi: era una cosa normale.

Quindi gli antichi non avevano l'uso di legare un particolare carattere ad un'altezza assoluta del suono come ci siamo abituati noi oggi. Questa differenza di carattere nei differenti toni esisteva, ma era data da un'altra cosa.

I diversi "caratteri" dei modi

All'inizio del '600, abbiamo visto che il temperamento usato (mesotonico) è assolutamente equabile, nel senso che essendo tutte le quinte calanti dello stesso modo e tutte le terze maggiori giuste allo stesso modo, il suonare in Fa, in Do o in Sol dava lo stesso identico effetto, e questi accordi erano belli allo stesso modo.

Sappiamo che in quest'epoca la differenza di carattere non veniva attribuita a ciò che noi chiamiamo i toni o le tonalità, ma ai *modi*: infatti c'era ancora una molteplicità di modi, per cui si attribuiva un particolare carattere al I modo di Re, altri caratteri agli altri modi. Allora si attribuiva una differenza di carattere ai diversi modi che sta non nell'altezza assoluta del suono, ma nella diversa distribuzione dei semitoni.

La riduzione dei modi a due (maggiore e minore)

Nell'evoluzione successiva della musica, i molteplici modi (gli 8 modi ecclesiatici più i 4 aggiunti da Glareano) si riducono a due (i nostri *maggiore* e *minore*) e si comincia a sviluppare il principio della modulazione e anche quello del trasporto: il compositore sceglie la tonalità che ritiene più opportuna, per cui, nonostante l'identità nella distribuzione dei semitoni, una cosa era comporre in Do magg., un'altra in Re magg., un'altra ancora in tonalità eccezionali come Fa# magg.

Pensiamo ad esempio all'epoca di Bach: se l'accordatura degli strumenti fosse stata equabile, effettivamente la differenza di carattere fra un Do magg. e un Fa# magg. sarebbe stata data semplicemente dall'altezza assoluta del suono. Ma è quello che si pensa di escludere.

La differenza di carattere delle varie tonalità era data dal fatto che il temperamento era *inequabile*, per cui suonare in Do magg. era di assoluto riposo, di assoluta calma, mentre suonare in Fa# magg. era qualche cosa al limite della tonalità.

Questa differenza data dal differente temperamento era un fatto a cui gli antichi (in questo caso dell'epoca di Bach e anche di Mozart) attribuivano almeno in parte una enorme importanza, al punto che Rousseau nelle sue lezioni si scaglia aspramente contro Rameau per essersi professato partigiano del temperamento equabile.

Con l'evoluzione del linguaggio musicale non si poteva più tollerare che un accordo di Fa# magg. fosse più brutto di Do magg.

Andreas Werckmeister (1645-1706).

Andreas Werckmeister (1645-1706) fornì vari esempi di temperamenti "ibridi" (pitagorico-mesotonico), tra i quali quello contraddistinto come III è il migliore ed il più noto.

Si tratta di un temperamento *circolare*, nel senso che permette di chiudere esattamente il circolo delle quinte. Un temperamento di tal genere elimina la "quinta del lupo" e permette di suonare in tutte le tonalità, anche se evidentemente alcune suonano meglio e altre meno bene.

Il temperamento detto *Werckmeister III* ha il pregio – particolarmente nei riguardi dell'organo – di poter essere ottenuto da una facile trasformazione del temperamento mesotonico di ¼ di comma sintonico (Werckmeister ignorava la differenza tra comma pitagorico e comma sintonico): basta lasciare inalterate le quinte DO-SOL-RE-LA ed accordare giuste le altre quinte eccetto SI-FA#.

Il piazzamento della quinta temperata SI-FA# assicura la posizione delle terze maggiori pitagoriche solo nelle tonalità in cui, secondo Werckmeister, «l'organista ordinario non riesce a suonare in ogni modo (comune)».

Le terze variano da quelle molto buone a quelle pitagoriche: questa è una caratteristica dei temperamenti barocchi e dà inizio alla situazione in cui le varie tonalità hanno ciascuna differenti "qualità".

In generale, le tonalità con minor numero di accidenti danno terze migliori e quindi suonano «naturali, perfette, gradevoli». Le terze lievemente più larghe danno un suono «scintillante (brillante)» (SOL-SI, RE-FA#, Si*b*-RE). Le terze ancora più larghe vengono caratterizzate dai contemporanei come «pungenti (aspre), taglienti», mentre le tonalità con terze pitagoriche suonano «crude e brutali» (Fa min., Si magg.).

Questo genere di temperamento, che rendeva possibile (a differenza di quello mesotonico) suonare in tutte le tonalità, era chiamato «wohl temperiert» (*ben temperato*). È molto probabile che Bach abbia scritto la sua famosa opera omonima per una simile accordatura, con il proposito di dimostrare le caratteristiche di ognuna delle tonalità.

Ben temperato ≠ equabilmente temperato

È noto che al nome di Bach è stato sempre associato, dalla seconda metà del Settecento, il temperamento equabile; solo a partire dal 1947, quando cioè J.M. Barbour richiamò l'attenzione sul fatto che «ben temperato» non significa necessariamente «equabilmente temperato», cominciò gradualmente a prendere piede tra gli studiosi la convinzione che Bach si servisse più genericamente di una semplice accordatura inequabile di tipo "circolante" (cioè che permettono di chiudere esattamente il circolo delle quinte), da scegliersi fra le innumerevoli descritte da Werckmeister e da Neidhart.

Il temperamento era quindi uno strumento per i compositori del periodo: ignorarlo equivale ad impoverire la loro musica.

* * *

Valori (in cent) delle note e degli intervalli nella scala diatonica pitagorica, zarliniana, mesotonica, temperata Werckmeister III ed equabile

Nota	Scala pitagorica	Scala zarliniana	Scala temperata mesotonica	Scala temperata Werckmeister III	Scala temperata equabile
Do$_1$	0	0	0 (0)	0 (0)	0
	204	204	193	192	200
Re	204	204	193 (-11)	192 (-12)	200
	204	182	193	198	200
Mi	408	386	386 (0)	390 (+4)	400
	90	112	117,5	108	100
Fa	498	498	503,5 (+5,5)	498 (0)	500
	204	204	193	198	200
Sol	702	702	696,5 (-5,5)	696 (-6)	700
	204	182	193	192	200
La	906	884	889,5 (+5,5)	888 (+4)	900
	204	204	193	204	200
Si	1110	1088	1082,5 (-5,5)	1092 (+4)	1100
	90	112	117,5	108	100
Do$_2$	1200	1200	1200 (0)	1200 (0)	1200

N.B.: tra parentesi tonde è indicata la variazione in cent della nota rispetto alla scala 'naturale'.